

275

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

بانک مقالات ایران
مرکز دانش و مقالات
علمی و پژوهشی و
سئوالات آزمونها

www.edub.ir



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۱۳۹۵/۱۲/۶

دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره دکتری (نیمه متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۶

رشته امتحانی فوتونیک (کد ۲۲۳۹)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (فیزیک مدرن - مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترو دینامیک)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه - سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش الکترونیکی و ... پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

فیزیک مدرن:

۱- سرعت فاز الکترونی با انرژی جنبشی 1MeV چند برابر سرعت نور است؟ انرژی سکون الکترون را تقریباً

$\frac{1}{2}\text{MeV}$ در نظر بگیرید.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{2\sqrt{2}} \quad (4)$$

۲- برای یک ذره آزاد نسبیتی به جرم سکون m_0 ، انرژی جنبشی K و تکانه خطی \vec{P} داریم $\frac{P^2}{2m_0K} = \frac{2}{\gamma}$ ، تندی

این ذره چند برابر سرعت نور است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

۳- حاصل برخورد نسبیتهی رو در رو بین ذره متحرک A و ذره ساکنی که جرم سکونش دو برابر جرم سکون ذره A است، نابودی آنها و خلق ذره‌های جدید با جرم سکون $\sqrt{10}$ برابر جرم سکون A است. اگر هیچ گونه اتلاف انرژی وجود نداشته باشد، تندی قبل از برخورد ذره متحرک A کدام گزینه است؟

(۱) $0,4c$

(۲) $0,5c$

(۳) $0,6c$

(۴) $0,8c$

۴- طول موج کامپتون ذره‌ای با جرم سکون m_0 ، نصف طول موج دوبروی آن است. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) تندی این ذره $\frac{c}{3}$ است.

(۲) تندی حرکت این ذره $\frac{\sqrt{5}c}{5}$ است.

(۳) مقدار نکانه خطی این ذره $\frac{m_0c}{2}$ است.

(۴) مقدار نکانه خطی این ذره $\frac{\sqrt{5}m_0c}{4}$ است.

۵- بیشترین تعداد پوزیترونی که می‌تواند در یک بارش آبخاری توسط یک فوتون با انرژی 2 GeV تولید شود، چقدر

است؟ $(m_e c^2 = 0,511\text{ MeV})$

(۱) ۳۹۲

(۲) ۱۹۶

(۳) ۱۹۵۷

(۴) ۳۹۱۴

- ۶- یک پرتو فوتونی تکفام به یک ورقه مسی تابیده می‌شود و پراکندگی کامپتون اتفاق می‌افتد. معلوم شده است که الکترون‌های پس زده شده دارای انرژی جنبشی بیشینه برابر با E_0 هستند که E_0 انرژی سکون الکترون است. انرژی فوتون‌های اولیه چند E_0 است؟

$$(1) \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$(3) 2$$

$$(4) 1$$

- ۷- ذره‌ای به جرم m و بار الکتریکی q با سرعت v در میدان مغناطیسی یکنواخت B (عمود بر صفحه حرکت آن) حرکت دایره‌ای دارد. تصحیح زمان تناوب حرکت دایره‌ای تا اولین مرتبه غیر صفر $\frac{v}{c}$ بر حسب T_0 (دوره تناوب حرکت غیر نسبیتی) کدام است؟

$$(1) T_0 \frac{v}{c}$$

$$(2) -T_0 \frac{v}{c}$$

$$(3) -\frac{T_0 v^2}{2 c^2}$$

$$(4) \frac{T_0 v^2}{2 c^2}$$

۸- یک خط بار مستقیم و نامتناهی با چگالی بار خطی λ و یک بار نقطه‌ای q در فاصله r از آن (نسبت به یک ناظر ساکن) را در نظر بگیرید. از نظر ناظری که با سرعت نسبیته u موازی سیم حرکت می‌کند، نیروی وارد بر بار

نقطه‌ای q بر حسب $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$ کدام است؟

$$(1) \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0\gamma^2 r}$$

$$(2) \frac{\gamma q\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$(3) \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0 \gamma r}$$

$$(4) \frac{q\lambda\gamma^2}{2\pi\epsilon_0 r}$$

۹- ستارگان جوان عمدتاً از گاز هیدروژن تشکیل شده‌اند. اگر حداکثر تابش گرمایی از یکی از این ستارگان، خط دوم طیف سری بالمر اتم هیدروژن باشد، دمای سطح این ستاره تقریباً چند درجه کلوین است؟ (انرژی حالت پایه اتم

هیدروژن -13.6 eV است) $(\lambda_{\max} T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m.K})$

$$(1) 8800$$

$$(2) 6000$$

$$(3) 12000$$

$$(4) 4400$$

۱۰- تابش حاصل از اولین خط طیف سری بالمر اتم‌های هیدروژن موجود در کهکشان‌ها که از ما دور می‌شود، در روی

زمین به طول موج $\frac{ch}{E_0}$ آشکارسازی می‌شود. که E_0 انرژی حالت پایه اتم هیدروژن است. تندی دور شدن

کهکشان چه کسری از سرعت نور است؟

$$(1) 0.46$$

$$(2) 0.34$$

$$(3) 0.28$$

$$(4) 0.22$$

۱۱- هنگام اندازه‌گیری طول موج امواج مکانیکی روی سطح آب ۱۵ قله موج در مسافت ۱۰۰cm شمرده می‌شود.

حداقل عدم قطعیت در طول موج، که ممکن است از این آزمایش به‌دست آید به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

(۱) ۱mm

(۲) ۵μm

(۳) ۱۰mm

(۴) ۵۰μm

۱۲- ذره جرم‌داری در یک چاه پتانسیل یک بعدی بی‌نهایت عمیق در حالت پایه انرژی خود به سر می‌برد. هرگاه در یک

لحظه این ذره را رصد نمائیم تقریباً با چه احتمالی آن را در ثلث وسطی چاه مشاهده خواهیم کرد؟

(۱) ۰/۲

(۲) ۰/۴

(۳) ۰/۶

(۴) ۰/۸

۱۳- یک پاریکه الکترونی وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت ۱T می‌شود. اختلاف انرژی الکترون‌هایی که

اسپین‌شان باد موازی میدان مغناطیسی است و الکترون‌هایی که اسپین‌شان موازی میدان مغناطیسی است تقریباً

چند eV است؟

(۱) ۶×10^{-۲}

(۲) $۱/۲ \times 10^{-۳}$

(۳) $۱/۲ \times 10^{-۶}$

(۴) ۶×10^{-۶}

۱۴- انرژی تولید شده در خورشید حاصل هم جوشی پروتون‌ها و تولید ذره α (هسته اتم هلیوم) در واکنش $4p + 2e^- \rightarrow \alpha + Q$ است. جرم اتم هیدروژن $1.007825u$ ، جرم اتم هلیوم $4.002603u$ و جرم هر الکترون و پوزیترون $0.000549u$ است. انرژی تولید شده، Q ، در واکنش فوق چند MeV است؟

$$1u = 931.5 MeV$$

$$20.7 \quad (1)$$

$$22.7 \quad (2)$$

$$24.7 \quad (3)$$

$$26.7 \quad (4)$$

۱۵- با استفاده از قواعد هوند حالت پایه اتم $Ce = [Xe] 4f^1 5d^1 6s^2$ ، کدام است؟

$${}^2H_f \quad (1)$$

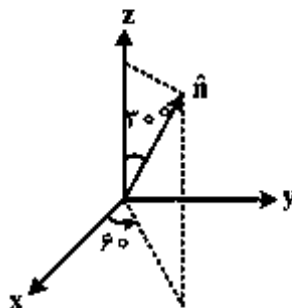
$${}^2G_f \quad (2)$$

$${}^2H_g \quad (3)$$

$${}^2G_g \quad (4)$$

مکانیک کوانتومی پیشرفته:

۱۶- باریکه‌ای از ذرات دارای اسپین $\frac{1}{2}$ که تابع حالت آنها $|S_y, +\rangle$ است $\left(\hat{S}_y |S_y, +\rangle = \frac{\hbar}{2} |S_y, +\rangle \right)$ از دستگاه اشترن گرایخ که میدان مغناطیسی آن در جهت \hat{n} است عبور می‌کنند که راستای \hat{n} در شکل نشان داده شده است. احتمال اینکه ذرات خروجی در حالت $|S_n, +\rangle$ باشند چقدر است؟ $(S_n = \vec{S} \cdot \hat{n})$



$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (4)$$

۱۷- اگر \hat{x} و \hat{p} عملگر مکان و تکانه و $|x'\rangle$ و $|p'\rangle$ پایه‌های فضای مکان و تکانه در یک بعد باشند، همه موارد صحیح‌اند به غیر از:

$$e^{-i\hat{p}a/\hbar} \hat{f}(\hat{x}) e^{+i\hat{p}a/\hbar} = \hat{f}(\hat{x} - a) \quad (۱)$$

$$\text{Tr}(|x'\rangle\langle p'|) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-ip'x'/\hbar} \quad (۲)$$

$$e^{i\hat{p}a/\hbar} |x'\rangle = |x' - a\rangle \quad (۳)$$

$$\text{Tr}(\hat{x}\hat{p}) = \text{Tr}(\hat{p}\hat{x}) \quad (۴)$$

۱۸- مولکول آمونیاک، NH_3 ، در طبیعت به دو شکل راستگرد $|R\rangle$ و چپگرد $|L\rangle$ وجود دارد. اگر دو ترکیب متقارن $|S\rangle$ و پادمقارن $|A\rangle$ از حالت‌های طبیعی این مولکول را در نظر بگیریم تفاوت انرژی حالت‌های پایه شان $\Delta E = E_A - E_S = 10^{-4} \text{ eV}$ است. اگر در لحظه $t=0$ این مولکول در حالت راستگرد $|R\rangle$ باشد. چند ثانیه بعد برای اولین بار در حالت چپگرد قرار خواهد گرفت؟

$$2,07 \times 10^{-11} \quad (۱)$$

$$2,07 \times 10^{-7} \quad (۲)$$

$$4,14 \times 10^{-11} \quad (۳)$$

$$4,14 \times 10^{-7} \quad (۴)$$

۱۹- تابع همبستگی زمانی در حالت n ام یک نوسانگر هم‌آهنگ یک بعدی ساده (به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω) با تعریف $\langle n | x(t)x(0) | n \rangle$ کدام است؟ $x(t)$ عملگر مکان در تصویر هایزنبرگ و $x := \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (a + a^\dagger)$ است.

$$\frac{\hbar}{m\omega} \left(n + \frac{1}{2}\right) \cos \omega t \quad (۱)$$

$$\frac{\hbar}{m\omega} \left(n + \frac{1}{2}\right) \sin \omega t \quad (۲)$$

$$\frac{\hbar}{m\omega} \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \cos \omega t - \frac{i}{2} \sin \omega t \right] \quad (۳)$$

$$\frac{\hbar}{m\omega} \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \sin \omega t + \frac{i}{2} \cos \omega t \right] \quad (۴)$$

۲۰- دوران یافته حالت $|S_x, +\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle)$ حول محور y به اندازه $\phi = 30^\circ$ کدام است؟

$$(1) \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}|+\rangle + |-\rangle)$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}|+\rangle + \sqrt{2}|-\rangle)$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}|+\rangle + 2|-\rangle)$$

$$(4) \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + \sqrt{2}|-\rangle)$$

۲۱- دو تکانه زاویه‌ای $J_x = 2$ و $J_y = \frac{3}{2}$ را در نظر بگیرید. حالت $|j_1, j_2; j, m\rangle$ ، $j = \frac{7}{2}, m = \frac{3}{2}$ بر حسب $|j_1 = 2, m_1\rangle$ و

$$|j_2 = \frac{3}{2}, m_2\rangle$$
 کدام است؟

$$(1) \sqrt{\frac{1}{5}}|2, 2\rangle\left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{4}{5}}|2, 1\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{5}}|2, 0\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle$$

$$(2) \sqrt{\frac{1}{5}}|2, 2\rangle\left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{4}{5}}|2, 1\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{2}{5}}|2, 0\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle$$

$$(3) \sqrt{\frac{2}{5}}|2, 2\rangle\left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{4}{5}}|2, 1\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{5}}|2, 0\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle$$

$$(4) \sqrt{\frac{2}{5}}|2, 2\rangle\left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{3}{5}}|2, 1\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{2}{5}}|2, 0\rangle\left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle$$

۲۲- اگر \vec{S} و \vec{T} دو عملگر تانسوری رتبه یک با مؤلفه‌های دکارتی (S_x, S_y, S_z) و (T_x, T_y, T_z) و مؤلفه‌های کروی

$(S_1^{(1)}, S_0^{(1)}, S_{-1}^{(1)})$ و $(T_1^{(1)}, T_0^{(1)}, T_{-1}^{(1)})$ باشند، عملگر $(S_x T_x + S_y T_y + S_z T_z)$ با کدام گزینه برابر است؟

$$\sum_{q=-1}^1 (-1)^q S_q^{(1)} T_q^{(1)} \quad (1)$$

$$\sum_{q=-1}^1 S_q^{(1)} T_q^{(1)} \quad (2)$$

$$\sum_{q=-1}^1 (-1)^q S_q^{(1)} T_{-q}^{(1)} \quad (3)$$

$$\sum_{q=-1}^1 S_q^{(1)} T_{-q}^{(1)} \quad (4)$$

۲۳- همه موارد زیر، تحت عملگر وارون زمان Θ ، ناوردا هستند، به غیر از:

$$(1) \lambda [\delta^T(\bar{x}) \bar{S} \bar{P} + \bar{S} \bar{P} \delta^T(\bar{x})]$$

$$(2) \frac{1}{\tau r^T} (x P_y - y P_x)$$

$$(3) \frac{e^T}{\gamma m^T c^T} \frac{1}{r^T} \bar{L} \bar{S}$$

$$(4) e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{J} \cdot \hat{n} \phi}$$

۲۴- کدام عبارت نادرست است؟

(1) یک سیستم کوانتومی دارای تقارن انتقال در یک شبکه است اگر هامیلتونی سیستم با تمام عملگرهای انتقال در شبکه جابه‌جا شود.

(2) طول بردارهای فضای هیلبرت یک سیستم کوانتومی تحت تأثیر عملگرهای دوران تغییری نمی‌کند.

(3) تکانه خطی، عملگر مولد انتقال‌های بسیار کوچک است.

(4) عملگر یاریته، عملگری یاد هرمیتی و خطی است.

۲۵- بزرگ‌ترین ویژه مقدار هامیلتونی زیر تا مرتبه دوم اختلال بر حسب λ ($\lambda > 0$)، کدام است؟

$$H = \hbar \omega \begin{pmatrix} 1 & 2\lambda & 0 \\ 2\lambda & 2 + \lambda & 2\lambda \\ 0 & 2\lambda & 3 + 2\lambda \end{pmatrix}$$

$$(1) \hbar \omega (3 + 2\lambda + 9\lambda^2)$$

$$(2) \hbar \omega (2 + \lambda + 9\lambda^2)$$

$$(3) \hbar \omega (3 + 2\lambda + 11\lambda^2)$$

$$(4) \hbar \omega (3 + \lambda + 11\lambda^2)$$

۲۶- الکترون آزادی به جرم m و بار $-e$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}(t) = B_0 (\hat{z} + \gamma \cos \omega_0 t \hat{x} + \gamma \sin \omega_0 t \hat{y})$ در نظر

بگیرید. هامیلتونی این دستگاه بر حسب $\omega_0 = \frac{eB_0}{m}$ و در پایه $|+\rangle$ و $|-\rangle$ ، کدام است؟

$$(1) \frac{\hbar \omega_0}{4} (|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|) + \frac{\hbar \omega_0}{2} (e^{-i\omega_0 t} |+\rangle\langle -| + e^{i\omega_0 t} |-\rangle\langle +|)$$

$$(2) \frac{\hbar \omega_0}{4} (|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|) + \frac{i \hbar \omega_0}{2} (e^{-i\omega_0 t} |+\rangle\langle -| - e^{i\omega_0 t} |-\rangle\langle +|)$$

$$(3) \frac{\hbar \omega_0}{2} (|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|) + \hbar \omega_0 (e^{-i\omega_0 t} |+\rangle\langle -| + e^{i\omega_0 t} |-\rangle\langle +|)$$

$$(4) \frac{\hbar \omega_0}{2} (|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|) + i \hbar \omega_0 (e^{-i\omega_0 t} |+\rangle\langle -| - e^{i\omega_0 t} |-\rangle\langle +|)$$

۲۷- هامیلتونی یک سیستم در تصویر شرودینگر به شکل $H_1 = H_0 + V(t)$ است که در آن H_0 مستقل از زمان است. اگر A_0 و $|\alpha, t\rangle_0$ به ترتیب عملگر و بردار حالت در تصویر شرودینگر و A_1 و $|\alpha, t\rangle_1$ عملگر و بردار حالت در تصویر برهمکنش باشد، کدام رابطه نادرست است؟

$$A_1 = e^{iH_0 t/\hbar} A_0 e^{-iH_0 t/\hbar} \quad (1)$$

$$|\alpha, t\rangle_1 = e^{iH_0 t/\hbar} |\alpha, t\rangle_0 \quad (2)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\alpha, t\rangle_1 = H_1 |\alpha, t\rangle_1 \quad (3)$$

$$i\hbar \frac{dA_1}{dt} = [A_1, H_0] \quad (4)$$

۲۸- یک سامانه الکترونی شامل ۳۷ الکترون در یک چاه پتانسیل سه بعدی بی‌نهایت عمیق مکعبی به ضلع a در نظر بگیرید. الکترون‌ها با هم برهم‌کنش ندارند. اگر این سامانه در حالت پایه انرژی خود باشد، انرژی میانگین هر

الکترون بر حسب $\epsilon_0 = \frac{\hbar^2}{Am_e a^2}$ کدام گزینه است؟

$$11.85 \epsilon_0 \quad (1)$$

$$12.75 \epsilon_0 \quad (2)$$

$$13.65 \epsilon_0 \quad (3)$$

$$10.95 \epsilon_0 \quad (4)$$

۲۹- در پراکندگی نوترون‌های کم‌انرژی از هسته هیدروژن که منجر به تشکیل حالت مقید دوترون می‌گردد، طول پراکندگی در حالت سه‌گانه 3S_1 ، $a = \frac{1}{k} = 5.74 \text{ fm}$ است. فرض کنید $m_p c^2 = m_n c^2 = 938 \text{ MeV}$ ، انرژی پیوندی نوترون و پروتون در حالت 3S_1 دوترون تقریباً چند MeV است؟

$$\hbar c = 2 \times 10^{-25} \text{ J.m} = 1240 \text{ eV.nm}$$

$$1.42 \quad (1)$$

$$1.42 \quad (2)$$

$$14.2 \quad (3)$$

$$0.142 \quad (4)$$

۳۰- سطح مقطع پراکندگی دیفرانسیلی کشسان ذرات به جرم m_0 و تکانه خطی $\hbar k_0$ از پتانسیل «یوکاوا» $V(r) = V_0 \frac{e^{-k_1 r}}{k_1 r}$ در تقریب مرتبه‌ای اول «بورن» بر حسب زاویه پراکندگی θ کدام است؟

$$\left(\int_0^{\infty} e^{-ax} \sin bx \, dx = \frac{b}{a^2 + b^2} \right)$$

$$\frac{1}{k_0^2} \left(\frac{\gamma m_0 V_0}{\hbar^2 k_1^2} \right)^2 \frac{1}{\left(\gamma \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{k_0^2}{k_1^2} \right)^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{k_1^2} \left(\frac{\gamma m_0 V_0}{\hbar^2 k_0^2} \right)^2 \frac{1}{\left(\gamma \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{k_1^2}{k_0^2} \right)^2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{k_0^2} \left(\frac{\gamma m_0 V_0}{\hbar^2 k_1^2} \right)^2 \frac{1}{\left(\gamma \sin \frac{\theta}{2} + \frac{k_0}{k_1} \right)^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{k_1^2} \left(\frac{\gamma m_0 V_0}{\hbar^2 k_0^2} \right)^2 \frac{1}{\left(\gamma \sin \frac{\theta}{2} + \frac{k_1}{k_0} \right)^2} \quad (4)$$

الکترو دینامیک:

۳۱- دو خط بار نامتناهی با چگالی بار خطی $+\lambda$ و $-\lambda$ به ترتیب در $x = d$ و $x = -d$ و موازی محور z را در خلاء در

نظر بگیرید. معادله سطح هم‌پتانسیل یا پتانسیل الکتریکی V_0 بر حسب $K = \frac{\gamma m_0 V_0}{\lambda}$ کدام گزینه است؟

$$(x - d \tanh K)^2 + y^2 = \left(\frac{d}{\cosh K} \right)^2 \quad (1)$$

$$(x - d \coth K)^2 + y^2 = (d \cosh K)^2 \quad (2)$$

$$(x - d \coth K)^2 + y^2 = \left(\frac{d}{\sinh K} \right)^2 \quad (3)$$

$$(x - d \tanh K)^2 + y^2 = (d \sinh K)^2 \quad (4)$$

۳۲- یک پوسته استوانه‌ای فلزی بسیار طولی با شعاع R موازی یک صفحه فلزی تخت نامتناهی و در فاصله D (فاصله صفحه فلزی از محور استوانه فلزی) از آن قرار دارد. ظرفیت الکتریکی در واحد طول این دستگاه کدام است؟

$$(۱) \frac{4\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{R} + \sqrt{\frac{D^2}{R^2} + 1}\right)}$$

$$(۲) \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{R} + \sqrt{\frac{D^2}{R^2} + 1}\right)}$$

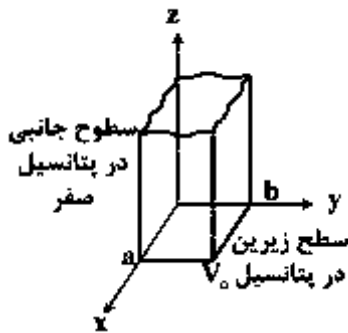
$$(۳) \frac{4\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{R} + \sqrt{\frac{D^2}{R^2} - 1}\right)}$$

$$(۴) \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{R} + \sqrt{\frac{D^2}{R^2} - 1}\right)}$$

۳۳- یک پوسته استوانه‌ای فلزی طولی $0 \leq z \leq \infty$ که سطح مقطع آن مستطیلی به اضلاع a و b است را مطابق شکل در نظر بگیرید. کف استوانه در صفحه $x-y$ به پتانسیل V_0 و سطوح جانبی آن به پتانسیل صفر وصل شده‌اند.

اگر پتانسیل الکتریکی درون استوانه را به صورت $V(x, y, z) = \frac{16V_0}{\pi^2} \sum_{m, n=1, 2, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{mn} f_{n, m}(x, y, z)$ بنویسیم،

$f_{n, m}(x, y, z)$ کدام است؟



$$(۱) \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \exp\left(-\pi z \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}\right)$$

$$(۲) \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \exp\left(-\pi z \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}\right)$$

$$(۳) \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \exp\left(-\pi z \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}\right)$$

$$(۴) \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \exp\left(-\pi z \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}\right)$$

۳۴- تابع گرین معادله لاپلاس با شرط مرزی دیریشله برای ناحیه دوبعدی $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq 1$ کدام است؟
 $y < y_0$ (کوچکتر) بزرگتر) میان y_0 و y_1 است.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{f}{n \sinh\left(\frac{n\pi}{\gamma}\right)} \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{\gamma}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{\gamma}\right) \sinh\left(\frac{n\pi y_0}{\gamma}\right) \sinh\left(\frac{n\pi(1-y_1)}{\gamma}\right) \quad (۱)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{f}{n \sinh(n\pi)} \right) \sin(n\pi x) \sin(n\pi x') \sinh(n\pi y_0) \sinh(n\pi(1-y_1)) \quad (۲)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{n \sinh\left(\frac{n\pi}{\gamma}\right)} \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{\gamma}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{\gamma}\right) \sinh\left(\frac{n\pi y_0}{\gamma}\right) \sinh\left(\frac{n\pi(1-y_1)}{\gamma}\right) \quad (۳)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{n \sinh(n\pi)} \right) \sin(n\pi x) \sin(n\pi x') \sinh(n\pi y_0) \sinh(n\pi(1-y_1)) \quad (۴)$$

۳۵- ناحیه استوانه‌ای به طول نامتناهی و محصور در $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq 1$ با بار حجمی یکنواخت که مقدار آن در واحد طول استوانه λ است پر شده است. اگر پتانسیل الکتریکی دیواره‌های استوانه صفر باشد، پتانسیل الکتریکی در داخل استوانه بر حسب $f_n(x, y) = \sin(n\pi x)(\sinh(n\pi) - \sinh(n\pi y) - \sinh(n\pi(1-y)))$ کدام است؟

$$\frac{\lambda}{\epsilon_0} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{f}{(n\pi)^{\gamma} \sinh(n\pi)} f_n(x, y) \quad (۱)$$

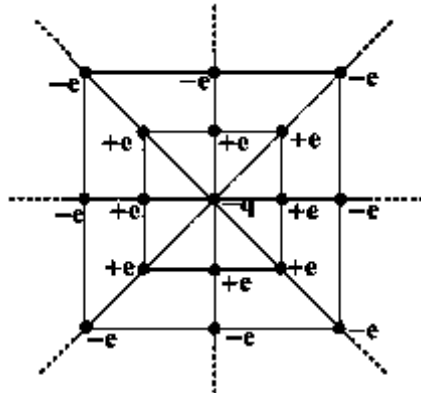
$$\frac{\lambda}{\epsilon_0} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{f}{(n\pi)^{\gamma} \sinh(n\pi)} f_n(x, y) \quad (۲)$$

$$\frac{\lambda}{\epsilon_0} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{\gamma}{(n\pi)^{\gamma} \sinh\left(\frac{n\pi}{\gamma}\right)} f_n(x, y) \quad (۳)$$

$$\frac{\lambda}{\epsilon_0} \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{\gamma}{(n\pi)^{\gamma} \sinh\left(\frac{n\pi}{\gamma}\right)} f_n(x, y) \quad (۴)$$

۳۶- بار نقطه‌ای $-q$ مطابق شکل زیر توسط یک مجموعه نامتناهی از بارهای نقطه‌ای احاطه شده است. به طوری که داخلی‌ترین مربع به ضلع $2s$ است. و روی رأس‌ها و وسط اضلاع آن بار نقطه‌ای $+e$ قرار دارد. در مربع بعدی به ضلع $4s$ بار نقطه‌ای $-e$ روی رأس‌ها و وسط اضلاعش قرار دارد و به همین ترتیب مربع‌های بعدی به ضلع $3 \cdot 4$ و ... برابر ضلع مربع مرکزی و بارهای روی آنها یک در میان $+e$ و $-e$ است. انرژی پتانسیل بار نقطه $-q$ چقدر

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2 \text{ ؟ است}$$



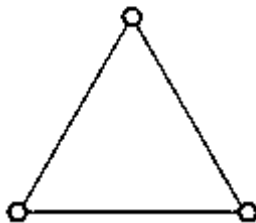
$$\frac{1/2 \ln \left(\frac{1}{\gamma} \right)}{\pi} \left(\frac{eq}{s\epsilon_0} \right) \quad (1)$$

$$\frac{-(1/2) \exp \left(\frac{-1}{\gamma} \right)}{\pi} \left(\frac{eq}{s\epsilon_0} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\gamma \ln \left(\frac{1}{\gamma} \right)}{\pi} \left(\frac{eq}{s\epsilon_0} \right) \quad (3)$$

$$\frac{-\gamma \exp \left(\frac{-1}{\gamma} \right)}{\pi} \left(\frac{eq}{s\epsilon_0} \right) \quad (4)$$

۳۷- سه کره رسانای مشابه در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارند. در ابتدا هر سه کره بدون بار هستند. اگر کره اول را به یک باتری با پتانسیل V_0 وصل کنیم این کره دارای بار الکتریکی Q_1 می‌شود. باتری را از کره اول جدا می‌کنیم و به کره دوم وصل می‌کنیم. در نتیجه این کره بار Q_2 پیدا می‌کند. سرانجام باتری را از کره دوم جدا و به کره سوم وصل می‌کنیم. چه باری روی کره سوم ذخیره می‌شود؟



$$\frac{Q_1^2}{Q_1 - Q_2} \quad (1)$$

$$\frac{(Q_1 - Q_2)^2}{Q_1} \quad (2)$$

$$\frac{Q_2^2}{Q_1} \quad (3)$$

$$\frac{Q_1^2}{Q_2} \quad (4)$$

۳۸- شار مغناطیسی گذرنده از نیمکره شمالی یک کره به مرکز O (مرکز مختصات) و شعاع R_0 ناشی از میدان

مغناطیسی که از پتانسیل برداری $(\hat{r} + \theta\hat{\theta} + \phi\hat{\phi}) \sin\frac{\theta}{r} \sin\frac{\phi}{r}$ به دست می‌آید کدام است؟

$$(1) \ 16R_0^2 B_0$$

$$(2) \ \pi R_0^2 B_0$$

$$(3) \ 2\pi R_0^2 B_0$$

$$(4) \ 4\pi R_0^2 B_0$$

۳۹- فرض کنید تک‌قطبی مغناطیسی با بار مغناطیسی $\pm g$ ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \rho_g$) در طبیعت مانند تک بار الکتریکی مثبت و

منفی $\pm e$ وجود دارد و رابطه کوانتش دیراک به صورت $eg = h$ برقرار است. الکترون را کره‌ای فرض کنید که

ممان مغناطیسی آن ناشی از وجود دو تک بار مغناطیسی $+g$ و $-g$ واقع در قطب شمال و جنوب آن است. شعاع

الکترون r_e ، بر حسب پارامترهای فوق، جرم الکترون m_e و سرعت نور در خلاء c از کدام رابطه به دست می‌آید؟

$$(1) \ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_e} = m_e c^2$$

$$(2) \ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_e} = \frac{1}{2} m_e c^2$$

$$(3) \ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_e} = \frac{1}{4} m_e c^2$$

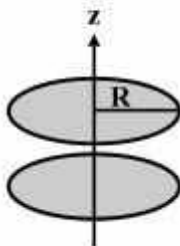
$$(4) \ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_e} = 2m_e c^2$$

۴۰- میدان الکتریکی و چگالی جریان متناوب درون یک خازن استوانه‌ای به شعاع R در مختصات استوانه‌ای

$\vec{E}(r,t) = \frac{R}{r} E_0 \sin(kr - \omega t) \hat{z}$ و $\vec{J}(r,t) = \frac{R}{r} J_0 \sin(kr - \omega t) \hat{z}$ است، که r فاصله یک نقطه تا محور z

است. بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}(r,t)$ درون این خازن بر حسب $S(r,t) = \sin(\omega t) + \sin(kr - \omega t)$ و

$C(r,t) = \cos(\omega t) - \cos(kr - \omega t)$ کدام است؟



$$(1) \ \frac{R}{kr} [\mu_0 J_0 S(r,t) - \frac{E_0 \omega}{c^2} C(r,t)] \hat{\phi}$$

$$(2) \ \frac{R}{kr} [\mu_0 J_0 C(r,t) + \frac{E_0 \omega}{c^2} S(r,t)] \hat{\phi}$$

$$(3) \ \frac{R}{kr} [\mu_0 J_0 C(r,t) - \frac{E_0 \omega}{c^2} S(r,t)] \hat{\phi}$$

$$(4) \ \frac{R}{kr} [\mu_0 J_0 S(r,t) + \frac{E_0 \omega}{c^2} C(r,t)] \hat{\phi}$$

۴۱- بار الکتریکی با چگالی حجمی ρ به طور یکنواخت در حجم یک استوانه بسیار طولی به شعاع R توزیع شده است. اگر این توزیع بار با تندی βc در امتداد محور استوانه حرکت کند در داخل و خارج استوانه میدان الکتریکی و مغناطیسی وجود خواهد داشت. برای داخل استوانه داریم $\vec{B}_{in}(\vec{r}) = \frac{\rho r}{rc\epsilon_0} \beta \sqrt{1-\beta^2} \hat{\phi}$ و $\vec{E}_{in}(\vec{r}) = \frac{\rho r}{rc\epsilon_0} \hat{r}$ که r فاصله تا محور استوانه است. بردار تکانه زاویه‌ای کل میدان الکترومغناطیسی در فضای درونی استوانه به ازای واحد طول استوانه کدام است؟

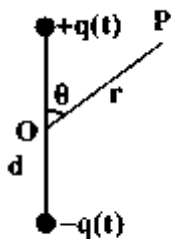
$$\frac{r\pi^2}{\epsilon_0 c} \beta \sqrt{1-\beta^2} \frac{\rho^2 R^3}{4\pi\epsilon_0} \hat{\phi} \quad (۱)$$

$$\frac{r\pi^2}{\epsilon_0 c} \beta \sqrt{1-\beta^2} \frac{\rho^2 R^3}{4\pi\epsilon_0} (-\hat{\phi}) \quad (۲)$$

$$\frac{r\pi^2}{rc} \beta (1-\beta^2) \frac{\rho^2 R^3}{4\pi\epsilon_0} (-\hat{\phi}) \quad (۳)$$

$$\frac{r\pi^2}{rc} \beta (1-\beta^2) \frac{\rho^2 R^3}{4\pi\epsilon_0} \hat{\phi} \quad (۴)$$

۴۲- دو کره رسانای کوچک مطابق شکل روی محور z به فاصله d از یکدیگر قرار دارند و تشکیل یک دوقطبی الکتریکی به مرکز مبدأ مختصات O می‌دهند و با سیم نازکی به هم وصل شده‌اند. بار الکتریکی روی کره‌ها به صورت نوسانی $q(t) = Q \cos \omega t$ با زمان تغییر می‌کند. پتانسیل نرده‌ای در نقطه P از شکل زیر به فاصله r از مبدأ O و در فواصل خیلی دور از دوقطبی ($d \ll \frac{c}{\omega} \ll r$) کدام است؟ Qd را p_0 بنامید.



$$\frac{-p_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\sin \theta}{r^2} \right) \cos \left(\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right) \quad (۱)$$

$$\frac{-p_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\cos \theta}{r^2} \right) \cos \left(\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right) \quad (۲)$$

$$\frac{-p_0 \omega}{4\pi\epsilon_0 c} \left(\frac{\cos \theta}{r} \right) \sin \left(\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right) \quad (۳)$$

$$\frac{-p_0 \omega}{4\pi\epsilon_0 c} \left(\frac{\sin \theta}{r} \right) \sin \left(\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right) \quad (۴)$$

۴۳- در ادامه سؤال ۴۲ پتانسیل برداری در نقطه P مطابق شکل مسئله قبل به فاصله r از مبدأ O و در فواصل خیلی

دور از دو قطبی ($d \ll \frac{c}{\omega} \ll r$) کدام است؟

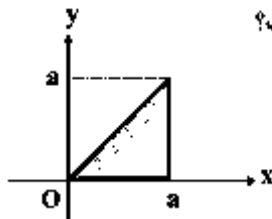
$$-\hat{e}_z \frac{p_o \omega}{4\pi\epsilon_o c^2 r} \sin\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right) \quad (1)$$

$$-\hat{e}_z \frac{p_o \omega}{4\pi\epsilon_o c^2 r} \cos\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right) \quad (2)$$

$$-\hat{e}_z \frac{p_o \omega \sin\theta}{4\pi\epsilon_o c^2 r} \sin\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right) \quad (3)$$

$$-\hat{e}_z \frac{p_o \omega \sin\theta}{4\pi\epsilon_o c^2 r} \cos\left(\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right) \quad (4)$$

۴۴- سطح مقطع یک موج بر مثلثی است و ابعاد آن در شکل نشان داده شده است. رسانش دیواره‌های موج بر بی‌نهایت است. کدام گزینه بیانگر مؤلفه z میدان الکتریکی مدهای TM_{mn} داخل موج بر است؟



$$E_o e^{ikz} \left(\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{a}\right) - \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \right) \quad (1)$$

$$E_o e^{ikz} \left(\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{a}\right) - \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \right) \quad (2)$$

$$E_o e^{ikz} \left(\cos\left(\frac{(r+1)\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{(r+1)\pi y}{a}\right) - \cos\left(\frac{(r+1)\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{(r+1)\pi y}{a}\right) \right) \quad (3)$$

$$E_o e^{ikz} \left(\sin\left(\frac{(r+1)\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{(r+1)\pi y}{a}\right) - \sin\left(\frac{(r+1)\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{(r+1)\pi y}{a}\right) \right) \quad (4)$$

۴۵- در ادامه سؤال ۴۴ بسامد قطع (cut off frequency) مدهای TM_{mn} موج بر کدامند؟

$$v_{mn} = \frac{c}{\sqrt{2}a} \sqrt{m^2 + n^2} \quad (1)$$

$$v_{mn} = \frac{c}{\sqrt{2}a} \sqrt{m^2 + n^2} \quad (2)$$

$$v_{mn} = \frac{c}{\sqrt{2}a} \sqrt{(r+1)^2 + (r+1)^2} \quad (3)$$

$$v_{mn} = \frac{c}{\sqrt{2}a} \sqrt{(r+1)^2 + (r+1)^2} \quad (4)$$

