بانک مقالات ایران

مرکز دانلود مقالات علمی و پژوهشی و سئوالات آزمونها

www.edub.ir

F 274

نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۵/۱۲/۶
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل ـ سال ۱۳۹۶

رشتهٔ امتحانی فیزیک (کد ۲۲۳۸)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعهٔ دروس تخصصی (مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترودینامیک ـ مکانیک آماری پیشرفته۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

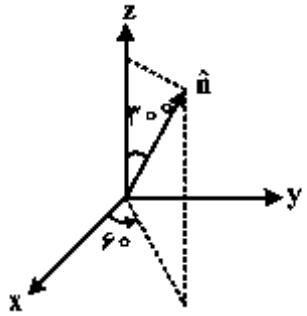
اسفندماه ـ سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

www.edub.ir

مکانیک کوانتومی پیشرفته:

۱- باریکه‌ای از ذرات دارای اسپین $\frac{1}{2}$ که تابع حالت آنها $|S_y,+\rangle$ است $\left(\hat{S}_y|S_y,+\rangle=\frac{\hbar}{2}|S_y,+\rangle\right)$ از دستگاه اشترن گرلاخ که میدان مغناطیسی آن در جهت $\hat{n}$ است عبور می‌کنند که راستای $\hat{n}$ در شکل نشان داده شده است. احتمال اینکه ذرات خروجی در حالت $|S_n,+\rangle\left(S_n=\vec{S}.\hat{n}\right)$ باشند چقدر است؟



۱) $\frac{1}{2}(1-\frac{\sqrt{3}}{4})$

۲) $\frac{1}{2}(1+\frac{\sqrt{3}}{4})$

۳) $\frac{1}{2}(1-\frac{\sqrt{3}}{8})$

۴) $\frac{1}{2}(1+\frac{\sqrt{3}}{8})$

۲- اگر $\hat{x}$ و $\hat{P}$ عملگر مکان و تکانه و $|x'\rangle$ و $|P'\rangle$ پایه‌های فضای مکان و تکانه در یک بعد باشند، همهٔ موارد صحیح‌اند به غیر از:

۱) $e^{-i\hat{P}\frac{a}{\hbar}}\hat{f}(\hat{x})e^{+i\hat{P}\frac{a}{\hbar}}=\hat{f}(\hat{x}-a)$

۲) $Tr\left(|x'\rangle\langle P'|\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{\frac{-iP'x'}{\hbar}}$

۳) $e^{i\hat{P}\frac{a}{\hbar}}|x'\rangle=|x'-a\rangle$

۴) $Tr(\hat{x}\hat{P})=Tr(\hat{P}\hat{x})$

۳- مولکول آمونیاک، NH_3، در طبیعت به دو شکل راستگرد $|R\rangle$ و چپگرد $|L\rangle$ وجود دارد. اگر دو ترکیب متقارن $|S\rangle$ و پادمتقارن $|A\rangle$ از حالت‌های طبیعی این مولکول را در نظر بگیریم تفاوت انرژی حالت‌های پایه شان $\Delta E=E_A-E_S=10^{-4}\,eV$ است. اگر در لحظهٔ $t=0$ این مولکول در حالت راستگرد $|R\rangle$ باشد، چند ثانیه بعد برای اولین بار در حالت چپگرد قرار خواهد گرفت؟

۱) $2/07\times10^{-11}$

۲) $2/07\times10^{-7}$

۳) $4/14\times10^{-11}$

۴) $4/14\times10^{-7}$

۴- تابع همبستگی زمانی در حالت n ام یک نوسانگر هم‌آهنگ یک بعدی ساده (به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω) با تعریف $\langle n|\, x(t)x(0)\,|n\rangle$ کدام است؟ $x(t)$ عملگر مکان در تصویر هایزنبرگ و $x:=\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(a+a^\dagger)$ است.

۱) $\frac{\hbar}{m\omega}(n+\frac{1}{2})\cos\omega t$

۲) $\frac{\hbar}{m\omega}(n+\frac{1}{2})\sin\omega t$

۳) $\frac{\hbar}{m\omega}[(n+\frac{1}{2})\cos\omega t-\frac{i}{2}\sin\omega t]$

۴) $\frac{\hbar}{m\omega}[(n+\frac{1}{2})\sin\omega t+\frac{i}{2}\cos\omega t]$

۵- دوران‌یافتهٔ حالت $|S_x,+\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle+|-\rangle)$ حول محور y به اندازهٔ $\phi=30^\circ$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}|+\rangle+|-\rangle)$

۲) $\frac{1}{2}(2|+\rangle+\sqrt{3}|-\rangle)$

۳) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}|+\rangle+2|-\rangle)$

۴) $\frac{1}{2}(|+\rangle+\sqrt{3}|-\rangle)$

۶- دو تکانهٔ زاویه‌ای $j_1=2$ و $j_2=\frac{3}{2}$ را در نظر بگیرید. حالت $\left|j_1\,j_2;j=\frac{7}{2},m=\frac{3}{2}\right\rangle$ بر حسب $|j_1=2,m_1\rangle$ و $\left|j_2=\frac{3}{2},m_2\right\rangle$، کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{1}{7}}|2,2\rangle\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{5}{7}}|2,1\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{1}{7}}|2,0\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle$

۲) $\sqrt{\frac{1}{7}}|2,2\rangle\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{4}{7}}|2,1\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{2}{7}}|2,0\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle$

۳) $\sqrt{\frac{2}{7}}|2,2\rangle\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{4}{7}}|2,1\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{1}{7}}|2,0\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle$

۴) $\sqrt{\frac{2}{7}}|2,2\rangle\left|\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{3}{7}}|2,1\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\rangle+\sqrt{\frac{2}{7}}|2,0\rangle\left|\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\rangle$

۷- اگر $\vec{S}$ و $\vec{T}$ دو عملگر تانسوری رتبهٔ یک با مؤلفه‌های دکارتی (S_x, S_y, S_z) و (T_x, T_y, T_z) و مؤلفه‌های کروی $(S_1^{(1)}, S_0^{(1)}, S_{-1}^{(1)})$ و $(T_1^{(1)}, T_0^{(1)}, T_{-1}^{(1)})$ باشند، عملگر $(S_xT_x + S_yT_y + S_zT_z)$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $\sum_{q=-1}^{1} (-1)^q S_q^{(1)} T_q^{(1)}$

۲) $\sum_{q=-1}^{1} S_q^{(1)} T_q^{(1)}$

۳) $\sum_{q=-1}^{1} (-1)^q S_q^{(1)} T_{-q}^{(1)}$

۴) $\sum_{q=-1}^{1} S_q^{(1)} T_{-q}^{(1)}$

۸- همهٔ موارد زیر، تحت عملگر وارون زمان Θ، ناوردا هستند، به غیر از:

۱) $\lambda[\delta^3(\vec{x})\vec{S}.\vec{P} + \vec{S}.\vec{P}\delta^3(\vec{x})]$

۲) $\frac{1}{2r^2}(xP_y - yP_x)$

۳) $\frac{e^2}{2m^2c^2}\frac{1}{r^3}\vec{L}.\vec{S}$

۴) $e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{J}.\hat{n}\varphi}$

۹- کدام عبارت نادرست است؟

۱) یک سیستم کوانتومی دارای تقارن انتقال در یک شبکه است اگر هامیلتونی سیستم با تمام عملگرهای انتقال در شبکه جابه‌جا شود.

۲) طول بردارهای فضای هیلبرت یک سیستم کوانتومی تحت تأثیر عملگرهای دوران تغییری نمی‌کند.

۳) تکانه خطی، عملگر مولد انتقال‌های بسیار کوچک است.

۴) عملگر پاریته، عملگری پاد هرمیتی و خطی است.

۱۰- بزرگ‌ترین ویژه مقدار هامیلتونی زیر تا مرتبهٔ دوم اختلال بر حسب $\lambda (\lambda > 0)$، کدام است؟

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 2\lambda & 0 \\ 2\lambda & 2+\lambda & 2\lambda \\ 0 & 2\lambda & 2+2\lambda \end{pmatrix}$$

۱) $\hbar\omega(3 + 2\lambda + 9\lambda^2)$

۲) $\hbar\omega(3 + \lambda + 9\lambda^2)$

۳) $\hbar\omega(3 + 2\lambda + 11\lambda^2)$

۴) $\hbar\omega(3 + \lambda + 11\lambda^2)$

۱۱- الکترون آزادی به جرم m و بار $-e$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}(t)=B_0(\hat{z}+2\cos\omega_0 t\,\hat{x}+2\sin\omega_0 t\,\hat{y})$ در نظر بگیرید. هامیلتونی این دستگاه بر حسب $\omega_0=\frac{eB_0}{m}$ و در پایهٔ $|+\rangle$ و $|-\rangle$، کدام است؟

۱) $\frac{\hbar\omega_0}{4}(|+\rangle\langle+|-|-\rangle\langle-|)+\frac{\hbar\omega_0}{2}(e^{-i\omega_0 t}|+\rangle\langle-|+e^{i\omega_0 t}|-\rangle\langle+|)$

۲) $\frac{\hbar\omega_0}{4}(|+\rangle\langle+|-|-\rangle\langle-|)+\frac{i\hbar\omega_0}{2}(e^{-i\omega_0 t}|+\rangle\langle-|-e^{i\omega_0 t}|-\rangle\langle+|)$

۳) $\frac{\hbar\omega_0}{2}(|+\rangle\langle+|-|-\rangle\langle-|)+\hbar\omega_0(e^{-i\omega_0 t}|+\rangle\langle-|+e^{i\omega_0 t}|-\rangle\langle+|)$

۴) $\frac{\hbar\omega_0}{2}(|+\rangle\langle+|-|-\rangle\langle-|)+i\hbar\omega_0(e^{-i\omega_0 t}|+\rangle\langle-|-e^{i\omega_0 t}|-\rangle\langle+|)$

۱۲- هامیلتونی یک سیستم در تصویر شرودینگر به شکل $H_S=H_0+V(t)$ است که در آن H_0 مستقل از زمان است. اگر A_S و $|\alpha,t\rangle_S$ به ترتیب عملگر و بردار حالت در تصویر شرودینگر و A_I و $|\alpha,t\rangle_I$ عملگر و بردار حالت در تصویر برهمکنش باشد، کدام رابطه نادرست است؟

۱) $A_I=e^{iH_0 t/\hbar}\,A_S e^{-iH_0 t/\hbar}$

۲) $|\alpha,t\rangle_I=e^{iH_0 t/\hbar}|\alpha,t\rangle_S$

۳) $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\alpha,t\rangle_I=H_I|\alpha,t\rangle_I$

۴) $i\hbar\frac{dA_I}{dt}=[A_I,H_0]$

۱۳- یک سامانهٔ الکترونی شامل ۳۷ الکترون در یک چاه پتانسیل سه بعدی بی‌نهایت عمیق مکعبی به ضلع a در نظر بگیرید. الکترون‌ها با هم برهم‌کنش ندارند. اگر این سامانه در حالت پایهٔ انرژی خود باشد، انرژی میانگین هر الکترون بر حسب $\varepsilon_0=\frac{h^2}{8m_e a^2}$ کدام گزینه است؟

۱) $11/85\,\varepsilon_0$

۲) $12/75\,\varepsilon_0$

۳) $13/65\,\varepsilon_0$

۴) $10/95\,\varepsilon_0$

۱۴- در پراکندگی نوترون‌های کم‌انرژی از هستهٔ هیدروژن که منجر به تشکیل حالت مقید دوترون می‌گردد، طول پراکندگی در حالت سه‌گانه $^3S_1$، $a=\frac{1}{k}=5/4\,fm$ است. فرض کنید $m_p c^2=m_n c^2=938\,MeV$. انرژی پیوندی نوترون و پروتون در حالت $^3S_1$ دوترون تقریباً چند MeV است؟

$ch=2\times10^{-25}\,J.m=1240\,eV.nm$

۱) $1/42$

۲) 142

۳) $14/2$

۴) $0/142$

www.edub.ir

۱۵- سطح مقطع پراکندگی دیفرانسیلی کشسان ذرات به جرم m_0 و تکانهٔ خطی $\hbar k_0$ از پتانسیل «یوکاوا» $V(r)=V_0\frac{e^{-k_1 r}}{k_1 r}$ در تقریب مرتبه‌ای اول «بورن» بر حسب زاویهٔ پراکندگی θ کدام است؟

$$\left(\int_0^\infty e^{-ax}\sin bx\,dx=\frac{b}{a^2+b^2}\right)$$

۱) $\frac{1}{k_0^2}\left(\frac{2m_0V_0}{\hbar^2k_1^2}\right)^2\frac{1}{\left(4\sin^2\frac{\theta}{2}+\frac{k_0^2}{k_1^2}\right)^2}$

۲) $\frac{1}{k_1^2}\left(\frac{2m_0V_0}{\hbar^2k_0^2}\right)^2\frac{1}{\left(4\sin^2\frac{\theta}{2}+\frac{k_1^2}{k_0^2}\right)^2}$

۳) $\frac{1}{k_0^2}\left(\frac{2m_0V_0}{\hbar^2k_1^2}\right)^2\frac{1}{\left(2\sin\frac{\theta}{2}+\frac{k_0}{k_1}\right)^2}$

۴) $\frac{1}{k_1^2}\left(\frac{2m_0V_0}{\hbar^2k_0^2}\right)^2\frac{1}{\left(2\sin\frac{\theta}{2}+\frac{k_1}{k_0}\right)^2}$

الکترودینامیک:

۱۶- دو خط بار نامتناهی با چگالی بار خطی $+\lambda$ و $-\lambda$ به ترتیب در $x=d$ و $x=-d$ و موازی محور z را در خلاء در نظر بگیرید. معادلهٔ سطح هم‌پتانسیل با پتانسیل الکتریکی V_0 بر حسب $K=\frac{2\pi\varepsilon_0V_0}{\lambda}$ کدام گزینه است؟

۱) $(x-d\tanh K)^2+y^2=\left(\frac{d}{\cosh K}\right)^2$

۲) $(x-d\coth K)^2+y^2=(d\cosh K)^2$

۳) $(x-d\coth K)^2+y^2=\left(\frac{d}{\sinh K}\right)^2$

۴) $(x-d\tanh K)^2+y^2=(d\sinh K)^2$

۱۷- یک پوسته استوانه‌ای فلزی بسیار طویل با شعاع R موازی یک صفحه فلزی تخت نامتناهی و در فاصلهٔ D (فاصلهٔ صفحهٔ فلزی از محور استوانه فلزی) از آن قرار دارد. ظرفیت الکتریکی در واحد طول این دستگاه کدام است؟

۱) $\frac{۴\pi\varepsilon_۰}{\ln\left(\frac{D}{R}+\sqrt{\frac{D^۲}{R^۲}+۱}\right)}$

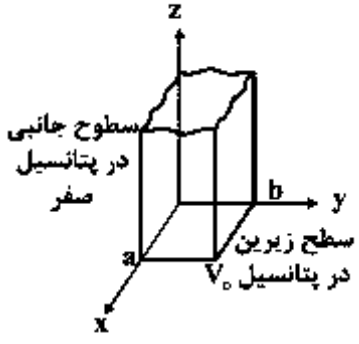
۲) $\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\left(\frac{D}{R}+\sqrt{\frac{D^۲}{R^۲}+۱}\right)}$

۳) $\frac{۴\pi\varepsilon_۰}{\ln\left(\frac{D}{R}+\sqrt{\frac{D^۲}{R^۲}-۱}\right)}$

۴) $\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\left(\frac{D}{R}+\sqrt{\frac{D^۲}{R^۲}-۱}\right)}$

۱۸- یک پوسته استوانه‌ای فلزی طویل $-\infty \le z \le \infty$ که سطح مقطع آن مستطیلی به اضلاع a و b است را مطابق شکل در نظر بگیرید. کف استوانه در صفحهٔ $x-y$ به پتانسیل $V_۰$ و سطوح جانبی آن به پتانسیل صفر وصل شده‌اند.

اگر پتانسیل الکتریکی درون استوانه را به صورت $V(x,y,z)=\frac{۱۶V_۰}{\pi^۲}\sum_{m,n=۱,۳,۵,\ldots}^{\infty}\frac{۱}{mn}f_{n,m}(x,y,z)$ بنویسیم، $f_{n,m}(x,y,z)$ کدام است؟



۱) $\cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right)\exp\left(-\pi z\sqrt{\frac{n^۲}{a^۲}+\frac{m^۲}{b^۲}}\right)$

۲) $\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right)\exp\left(-\pi z\sqrt{\frac{n^۲}{a^۲}+\frac{m^۲}{b^۲}}\right)$

۳) $\sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right)\exp\left(-۲\pi z\sqrt{\frac{n^۲}{a^۲}+\frac{m^۲}{b^۲}}\right)$

۴) $\cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right)\exp\left(-۲\pi z\sqrt{\frac{n^۲}{a^۲}+\frac{m^۲}{b^۲}}\right)$

۱۹- تابع گرین معادلهٔ لاپلاس با شرط مرزی دیریشله برای ناحیهٔ دوبعدی $0 \le x \le 1$ و $0 \le y \le 1$ کدام است؟ $y_<$ کوچکتر (بزرگتر) میان y و y' است. $(y_>)$

۱) $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n \sinh\left(\frac{n\pi}{2}\right)}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{2}\right) \sinh\left(\frac{n\pi y_<}{2}\right) \sinh\left(\frac{n\pi(1-y_>)}{2}\right)$$

۲) $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{n \sinh(n\pi)}\right) \sin(n\pi x) \sin(n\pi x') \sinh(n\pi y_<) \sinh(n\pi(1-y_>))$$

۳) $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{8}{n \sinh\left(\frac{n\pi}{2}\right)}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{2}\right) \sinh\left(\frac{n\pi y_<}{2}\right) \sinh\left(\frac{n\pi(1-y_>)}{2}\right)$$

۴) $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{8}{n \sinh(n\pi)}\right) \sin(n\pi x) \sin(n\pi x') \sinh(n\pi y_<) \sinh(n\pi(1-y_>))$$

۲۰- ناحیهٔ استوانه‌ای به طول نامتناهی و محصور در $0 \le x \le 1$ و $0 \le y \le 1$ با بار حجمی یکنواخت که مقدار آن در واحد طول استوانه λ است پر شده است. اگر پتانسیل الکتریکی دیواره‌های استوانه صفر باشد، پتانسیل الکتریکی در داخل استوانه بر حسب $f_n(x,y) = \sin(n\pi x)\left(\sinh(n\pi) - \sinh(n\pi y) - \sinh n\pi(1-y)\right)$ کدام است؟

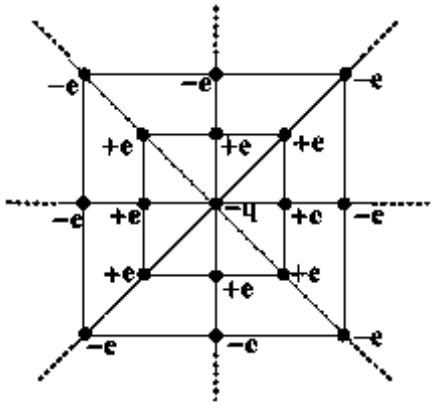
۱) $$\frac{\lambda}{\varepsilon_0} \sum_{n=1,2,3,\ldots} \frac{4}{(n\pi)^3 \sinh(n\pi)} f_n(x,y)$$

۲) $$\frac{\lambda}{\varepsilon_0} \sum_{n=1,3,5,\ldots} \frac{4}{(n\pi)^3 \sinh(n\pi)} f_n(x,y)$$

۳) $$\frac{\lambda}{\varepsilon_0} \sum_{n=1,3,5,\ldots} \frac{2}{(n\pi)^3 \sinh\left(\frac{n\pi}{2}\right)} f_{\frac{n}{2}}(x,y)$$

۴) $$\frac{\lambda}{\varepsilon_0} \sum_{n=1,2,3,\ldots} \frac{2}{(n\pi)^3 \sinh\left(\frac{n\pi}{2}\right)} f_{\frac{n}{2}}(x,y)$$

۲۱- بار نقطه‌ای $-q$ مطابق شکل زیر توسط یک مجموعه نامتناهی از بارهای نقطه‌ای احاطه شده است. به‌طوری که داخلی‌ترین مربع به ضلع ۲a است و روی رأس‌ها و وسط اضلاع آن بار نقطه‌ای $+e$ قرار دارد. در مربع بعدی به ضلع ۴a بار نقطه‌ای $-e$ روی رأس‌ها و وسط اضلاعش قرار دارد و به همین ترتیب مربع‌های بعدی به ضلع ۸، ۱۶ و ... برابر ضلع مربع مرکزی و بارهای روی آنها یک در میان $+e$ و $-e$ است. انرژی پتانسیل بار نقطه $-q$ چقدر است؟ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=\ln 2$



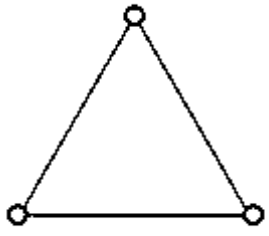
۱) $\frac{1/2\ln(\frac{1}{2})}{\pi}(\frac{eq}{s\varepsilon_0})$

۲) $\frac{-(1/2)\exp(\frac{-1}{2})}{\pi}(\frac{eq}{s\varepsilon_0})$

۳) $\frac{2\ln(\frac{1}{2})}{\pi}(\frac{eq}{s\varepsilon_0})$

۴) $\frac{-2\exp(\frac{-1}{2})}{\pi}(\frac{eq}{s\varepsilon_0})$

۲۲- سه کرهٔ رسانای مشابه در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارند. در ابتدا هر سه کره بدون بار هستند. اگر کرهٔ اول را به یک باتری با پتانسیل V_0 وصل کنیم این کره دارای بار الکتریکی Q_1 می‌شود. باتری را از کرهٔ اول جدا می کنیم و به کرهٔ دوم وصل می‌کنیم، در نتیجه این کره بار Q_2 پیدا می‌کند. سرانجام باتری را از کرهٔ دوم جدا و به کرهٔ سوم وصل می‌کنیم، چه باری روی کرهٔ سوم ذخیره می‌شود؟



۱) $\frac{Q_1^2}{Q_1-Q_2}$

۲) $\frac{(Q_1-Q_2)^2}{Q_1}$

۳) $\frac{Q_2^2}{Q_1}$

۴) $\frac{Q_1^2}{Q_2}$

۲۳- شار مغناطیسی گذرنده از نیمکرهٔ شمالی یک کره به مرکز **O** (مرکز مختصات) و شعاع $R_\circ$ ناشی از میدان مغناطیسی که از پتانسیل برداری $\vec{A}=B_\circ r\sin^2\frac{\theta}{2}\sin\frac{\varphi}{4}(\hat{r}+\theta\hat{\theta}+\varphi\hat{\varphi})$ به دست می‌آید کدام است؟

۱) $16R_\circ^2B_\circ$

۲) $\pi R_\circ^2B_\circ$

۳) $2\pi R_\circ^2B_\circ$

۴) $4\pi R_\circ^2B_\circ$

۲۴- فرض کنید تک‌قطبی مغناطیسی با بار مغناطیسی $\pm g$ ($\vec{\nabla}.\vec{B}=\rho_g$) در طبیعت مانند تک بار الکتریکی مثبت و منفی $\pm e$ وجود دارد و رابطهٔ کوانتش دیراک به صورت $eg=h$ برقرار است. الکترون را کره‌ای فرض کنید که ممان مغناطیسی آن ناشی از وجود دو تک بار مغناطیسی $+g$ و $-g$ واقع در قطب شمال و جنوب آن است. شعاع الکترون r_e، بر حسب پارامترهای فوق، جرم الکترون m_e و سرعت نور در خلاء c از کدام رابطه به دست می‌آید؟

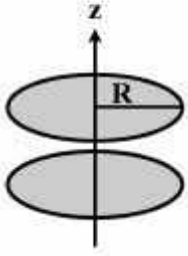
۱) $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_\circ r_e}=m_ec^2$

۲) $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_\circ r_e}=\frac{1}{2}m_ec^2$

۳) $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_\circ r_e}=\frac{1}{4}m_ec^2$

۴) $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_\circ r_e}=2m_ec^2$

۲۵- میدان الکتریکی و چگالی جریان متناوب درون یک خازن استوانه‌ای به شعاع **R** در مختصات استوانه‌ای $\vec{E}(r,t)=\frac{R}{r}E_\circ\sin(kr-\omega t)\hat{z}$ و $\vec{J}(\vec{r},t)=\frac{R}{r}J_\circ\sin(kr-\omega t)\hat{z}$ است، که r فاصلهٔ یک نقطه تا محور z است. بردار میدان مغناطیسی $\vec{B}(r,t)$ درون این خازن بر حسب $S(r,t)=\sin(\omega t)+\sin(kr-\omega t)$ و $C(r,t)=\cos(\omega t)-\cos(kr-\omega t)$ کدام است؟



۱) $\frac{R}{kr}[\mu_\circ J_\circ S(r,t)-\frac{E_\circ\omega}{c^2}C(r,t)]\hat{\varphi}$

۲) $\frac{R}{kr}[\mu_\circ J_\circ C(r,t)+\frac{E_\circ\omega}{c^2}S(r,t)]\hat{\varphi}$

۳) $\frac{R}{kr}[\mu_\circ J_\circ C(r,t)-\frac{E_\circ\omega}{c^2}S(r,t)]\hat{\varphi}$

۴) $\frac{R}{kr}[\mu_\circ J_\circ S(r,t)+\frac{E_\circ\omega}{c^2}C(r,t)]\hat{\varphi}$

www.edub.ir

۲۶- بار الکتریکی با چگالی حجمی ρ به طور یکنواخت در حجم یک استوانهٔ بسیار طویل به شعاع R توزیع شده است. اگر این توزیع بار با تندی βc در امتداد محور استوانه حرکت کند در داخل و خارج استوانه میدان الکتریکی و مغناطیسی وجود خواهد داشت. برای داخل استوانه داریم $\vec{B}_{in}(\vec{r})=\frac{\rho r}{2c\varepsilon_0}\beta\sqrt{1-\beta^2}\,\hat{\varphi}$ و $\vec{E}_{in}(\vec{r})=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$ که r فاصله تا محور استوانه است. بردار تکانهٔ زاویه‌ای کل میدان الکترومغناطیسی در فضای درونی استوانه به ازای واحد طول استوانه کدام است؟

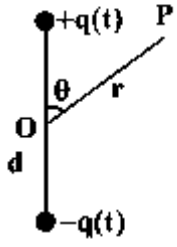
۱) $\frac{2\pi^2}{5c}\beta\sqrt{1-\beta^2}\frac{\rho^2R^5}{4\pi\varepsilon_0}\hat{\varphi}$

۲) $\frac{2\pi^2}{5c}\beta\sqrt{1-\beta^2}\frac{\rho^2R^5}{4\pi\varepsilon_0}(-\hat{\varphi})$

۳) $\frac{2\pi^2}{3c}\beta(1-\beta^2)\frac{\rho^2R^5}{4\pi\varepsilon_0}(-\hat{\varphi})$

۴) $\frac{2\pi^2}{3c}\beta(1-\beta^2)\frac{\rho^2R^5}{4\pi\varepsilon_0}\hat{\varphi}$

۲۷- دو کرهٔ رسانای کوچک مطابق شکل روی محور z به فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و تشکیل یک دوقطبی الکتریکی به مرکز مبدأ مختصات O می‌دهند و با سیم نازکی به هم وصل شده‌اند. بار الکتریکی روی کره‌ها به صورت نوسانی $q(t)=Q\cos\omega t$ با زمان تغییر می‌کند. پتانسیل نرده‌ای در نقطه P از شکل زیر به فاصلهٔ r از مبدأ O و در فواصل خیلی دور از دوقطبی $(d \ll \frac{c}{\omega} \ll r)$ کدام است؟ Qd را p_0 بنامید.



۱) $\frac{-p_0}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{\sin\theta}{r^2})\cos(\omega(t-\frac{r}{c}))$

۲) $\frac{-p_0}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{\cos\theta}{r^2})\cos(\omega(t-\frac{r}{c}))$

۳) $\frac{-p_0\omega}{4\pi\varepsilon_0 c}(\frac{\cos\theta}{r})\sin(\omega(t-\frac{r}{c}))$

۴) $\frac{-p_0\omega}{4\pi\varepsilon_0 c}(\frac{\sin\theta}{r})\sin(\omega(t-\frac{r}{c}))$

۲۸- در ادامهٔ سؤال ۲۷ پتانسیل برداری در نقطهٔ P مطابق شکل مسئلهٔ قبل به فاصلهٔ r از مبدأ O و در فواصل خیلی دور از دو قطبی $(d \ll \frac{c}{\omega} \ll r)$ کدام است؟

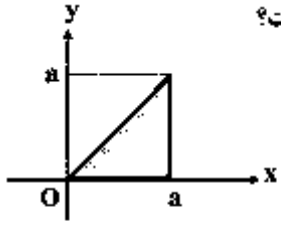
۱) $-\hat{e}_z \frac{p_0 \omega}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} \sin\left(\omega(t-\frac{r}{c})\right)$

۲) $-\hat{e}_z \frac{p_0 \omega}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} \cos\left(\omega(t-\frac{r}{c})\right)$

۳) $-\hat{e}_z \frac{p_0 \omega \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} \sin\left(\omega(t-\frac{r}{c})\right)$

۴) $-\hat{e}_z \frac{p_0 \omega \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} \cos\left(\omega(t-\frac{r}{c})\right)$

۲۹- سطح مقطع یک موج بر مثلثی است و ابعاد آن در شکل نشان داده شده است. رسانش دیواره‌های موج‌بر بی‌نهایت است. کدام گزینه بیانگر مؤلفهٔ z میدان الکتریکی مدهای TM_{mn} داخل موج بر است؟



۱) $E_0 e^{ikz}\left(\cos(\frac{m\pi x}{a})\cos(\frac{n\pi y}{a}) - \cos(\frac{n\pi x}{a})\cos(\frac{m\pi y}{a})\right)$

۲) $E_0 e^{ikz}\left(\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{a}) - \sin(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{m\pi y}{a})\right)$

۳) $E_0 e^{ikz}\left(\cos(\frac{(2m+1)\pi x}{a})\cos(\frac{(2n+1)\pi y}{a}) - \cos(\frac{(2n+1)\pi x}{a})\cos(\frac{(2m+1)\pi y}{a})\right)$

۴) $E_0 e^{ikz}\left(\sin(\frac{(2m+1)\pi x}{a})\sin(\frac{(2n+1)\pi y}{a}) - \sin(\frac{(2n+1)\pi x}{a})\sin(\frac{(2m+1)\pi y}{a})\right)$

۳۰- در ادامهٔ سؤال ۲۹ بسامد قطع (**cut off frequency**) مدهای TM_{mn} موج‌بر کدام‌اند؟

۱) $\nu_{mn} = \frac{c}{2a}\sqrt{m^2+n^2}$

۲) $\nu_{mn} = \frac{c}{\sqrt{2}a}\sqrt{m^2+n^2}$

۳) $\nu_{mn} = \frac{c}{\sqrt{2}a}\sqrt{(2m+1)^2+(2n+1)^2}$

۴) $\nu_{mn} = \frac{c}{2a}\sqrt{(2m+1)^2+(2n+1)^2}$

مکانیک آماری پیشرفته ۱:

۳۱- دو ظرف هر یک به حجم V حاوی گاز ایده‌آل تک اتمی یکسانی هستند. یک ظرف شامل N ذرهٔ گاز و دارای دمای T۲ است و دیگری شامل ۲N ذرهٔ گاز و دارای دمای T است. این دو ظرف را به هم متصل می‌کنیم و صبر می‌کنیم گاز در حجم کل ۲V به تعادل ترمودینامیکی برسد. در این فرایند گرمایی با محیط مبادله نمی‌شود. دمای نهایی گاز و ظرفیت گرمایی در حجم ثابت گاز کدام است؟

۱) $T \;,\; ۶k_BN$

۲) $\frac{۴}{۳}T \;,\; ۶k_BN$

۳) $\frac{۴}{۳}T \;,\; \frac{۹}{۲}k_BN$

۴) $T \;,\; \frac{۹}{۲}k_BN$

۳۲- در ادامهٔ سؤال ۳۱ رابطهٔ میان انرژی داخلی، آنتروپی، تعداد ذرات و حجم یک گاز ایده‌آل تک‌اتمی به صورت $U=\frac{۳h^۲N^{\frac{۵}{۳}}}{۴\pi mV^{\frac{۲}{۳}}}\exp(\frac{۲S}{۳Nk_B}-\frac{۵}{۳})$ است که m جرم یک ذره از گاز است. پتانسیل شیمیایی نهایی گاز بر حسب داده‌های سؤال ۳۱ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}k_BT\ln\left(\frac{۲N}{V}(\frac{h^۲}{۲\pi mk_BT})^{\frac{۳}{۲}}(\frac{۳}{۴})^{\frac{۵}{۲}}\right)$

۲) $\frac{۴}{۳}k_BT\ln\left(\frac{۳N}{۲V}(\frac{h^۲}{۲\pi mk_BT})^{\frac{۳}{۲}}\right)$

۳) $۶\,k_BT\ln\left(\frac{۳N}{۲V}(\frac{h^۲}{۲\pi mk_BT})^{\frac{۳}{۲}}\right)$

۴) $۶\,k_BT\ln\left(\frac{۲N}{V}(\frac{h^۲}{۲\pi mk_BT})^{\frac{۳}{۲}}(\frac{۳}{۴})^{\frac{۵}{۲}}\right)$

۳۳- در ادامهٔ سؤال ۳۱ تغییر آنتروپی گاز از وضعیت اولیه (که هر گاز جداگانه در ظرف به حجم V بود) به وضعیت نهایی (که کل گاز در حجم ۲V است) چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}Nk_B\left(۲۴\ln۲-۱۲\ln۳\right)$

۲) $\frac{۱}{۲}Nk_B\left(۲۵\ln۲-۱۲\ln۳\right)$

۳) $\frac{۱}{۲}Nk_B\left(۲۶\ln۲-۱۵\ln۳\right)$

۴) $\frac{۱}{۲}Nk_B\left(۲۵\ln۲-۱۵\ln۳\right)$

۳۴- هامیلتونی یک چرخنده $H=\frac{P_\theta^2}{2mr^2}+\frac{P_\varphi^2}{2mr^2\sin^2\theta}$ است که (r,θ,φ) مختصات کروی و (P_r,P_θ,P_φ) تکانه‌های تعمیم‌یافته متناظر با $(\dot{r},\dot{\theta},\dot{\varphi})$ هستند. اگر L به صورت $L=\sqrt{P_\theta^2+\frac{P_\varphi^2}{\sin^2\theta}}$ تعریف شود، تعداد میکرو حالت‌های چرخنده بین L و $2L$ بر حسب ثابت پلانک، h کدام است؟

۱) $\frac{6\pi^2L^2}{h^2}$

۲) $\frac{4\pi^2L^2}{h^2}$

۳) $\frac{12\pi^2L^2}{h^2}$

۴) $\frac{9\pi^2L^2}{h^2}$

۳۵- یک سامانهٔ حرارتی بسته شامل N ذره یکسان، قابل تمیز و بدون برهم‌کنش متقابل و دارای انرژی کل E می‌باشد. هر ذره می‌تواند در یکی از دو حالت انرژی ε_1 و ε_2 به سر برد. دمای تعادلی این سامانه بر حسب انرژی میانگین هر ذره، $\varepsilon=\frac{E}{N}$، کدام است؟

۱) $\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{k_B}\ln(\frac{\varepsilon_2-\varepsilon}{\varepsilon-\varepsilon_1})\varepsilon$

۲) $\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{k_B\ln(\frac{\varepsilon_2-\varepsilon}{\varepsilon-\varepsilon_1})}$

۳) $\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{k_B(\frac{\varepsilon_2-\varepsilon}{\varepsilon-\varepsilon_1})}$

۴) $\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{k_B}(\frac{\varepsilon_2-\varepsilon}{\varepsilon-\varepsilon_1})$

۳۶- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N ذره را در تعادل گرمایی با چشمهٔ حرارتی به دمای T در نظر بگیرید. هر ذره می‌تواند در یکی از دو حالت انرژی ۰ و ε باشد که چندگانگی (تبهگنی) آنها به ترتیب g_1 و g_2 است. ظرفیت گرمایی این دستگاه کدام است؟

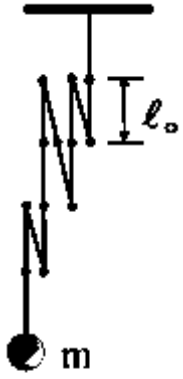
۱) $\frac{Ng_1g_2\varepsilon^2}{k_BT^2(g_1e^{+\frac{\varepsilon}{2k_BT}}+g_2e^{-\frac{\varepsilon}{2k_BT}})^2}$

۲) $\frac{Ng_1g_2\varepsilon^2}{k_BT^2(g_1e^{+\frac{\varepsilon}{k_BT}}+g_2e^{-\frac{\varepsilon}{k_BT}})^2}$

۳) $\frac{Ng_1g_2\varepsilon^2}{k_BT^2(g_1e^{-\frac{\varepsilon}{2k_BT}}-g_2e^{+\frac{\varepsilon}{2k_BT}})^2}$

۴) $\frac{Ng_1g_2\varepsilon^2}{k_BT^2(g_1e^{-\frac{\varepsilon}{k_BT}}-g_2e^{+\frac{\varepsilon}{k_BT}})^2}$

۳۷- مطابق شکل زنجیره‌ای متشکل از N سوزن ته‌گرد یکسان هر یک به طول l_0 و جرم ناچیز را که نوک هر سوزن به سر سوزن بعدی اتصال دارد در نظر بگیرید به یک سر زنجیره جسمی به جرم m چسبیده و سر دیگر آن به یک سقف متصل است. هر سوزن می‌تواند فقط در یکی از دو حالت رو به بالا و یا رو به پایین قرار گیرد. اگر انرژی حالت رو به بالا mgl_0 و انرژی حالت رو به پایین صفر باشد، طول میانگین این زنجیره در دمای T (که $T \gg \frac{mgl_0}{k_B}$) تقریباً چقدر است؟



۱) $Nl_0\left(1-\frac{mgl_0}{2k_BT}\right)$

۲) $\frac{Nl_0}{2}\left(1+\frac{mgl_0}{2k_BT}\right)$

۳) $\frac{Nl_0}{2}\left(1+\frac{mgl_0}{k_BT}\right)$

۴) $Nl_0\left(1-\frac{mgl_0}{k_BT}\right)$

www.edub.ir

۳۸- دستگاهی شامل N ذرهٔ یکسان و تمیزپذیر در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}_0$ در راستای z را در نظر بگیرید. هر ذره دارای اسپین $s=\frac{1}{2}$ و تکانهٔ زاویه‌ای مداری $l=1$ است. اگر $\vec{J}=\vec{L}+\vec{S}$ تکانهٔ زاویه‌ای کل یک ذره و $\vec{\mu}=g_N \mu_N \frac{\vec{J}}{\hbar}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی یک ذره باشد که در آن g_N و μ_N ثابت‌اند، تابع پارش دستگاه وقتی در مجاورت با منبعی به دمای T باشد بر حسب $x=\frac{B_0 g_N \mu_N}{k_B T}$ و N کدام است؟

۱) $\left(2\cosh(\frac{3x}{2})+2\cosh(\frac{x}{2})\right)^N$

۲) $\left(4\cosh(\frac{3x}{2})+2\cosh(\frac{x}{2})\right)^N$

۳) $\left(4\cosh(\frac{3x}{2})+4\cosh(\frac{x}{2})\right)^N$

۴) $\left(2\cosh(\frac{3x}{2})+4\cosh(\frac{x}{2})\right)^N$

۳۹- در ادامهٔ سؤال ۳۸ مغناطش کل دستگاه برحسب x و $M_0=\frac{1}{2}(N g_N \mu_N)$ کدام است؟

۱) $M_0 \frac{3\sinh(\frac{3x}{2})+2\sinh(\frac{x}{2})}{\cosh(\frac{3x}{2})+2\cosh(\frac{x}{2})}$

۲) $M_0 \frac{3\sinh(\frac{3x}{2})+\sinh(\frac{x}{2})}{\cosh(\frac{3x}{2})+\cosh(\frac{x}{2})}$

۳) $M_0 \frac{3\sinh(\frac{3x}{2})+\sinh(\frac{x}{2})}{2\cosh(\frac{3x}{2})+2\cosh(\frac{x}{2})}$

۴) $M_0 \frac{6\sinh(\frac{3x}{2})+\sinh(\frac{x}{2})}{2\cosh(\frac{3x}{2})+\cosh(\frac{x}{2})}$

۴۰- دستگاهی در مجاورت با منبعی به دمای T و پتانسیل شیمیایی μ قرار دارد و می‌تواند با منبع، مبادله گرما و ذره نماید. این دستگاه می‌تواند با چندگانگی (تبهگنی) ۱ خالی، با چندگانگی ۲ شامل یک ذره و با چندگانگی ۱ شامل دو ذره باشد. اگر انرژی دستگاه به ازای هر ذره‌ای که اشغال می‌کند ε باشد، انرژی داخلی دستگاه کدام است؟

$$(\beta=\frac{1}{k_B T})$$

۱) $\frac{\varepsilon-\mu}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1}$

۲) $\frac{2(\varepsilon-\mu)}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1}$

۳) $\frac{(\varepsilon-\mu)(1+2e^{-2\beta(\varepsilon-\mu)})}{1+e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}}$

۴) $\frac{2(\varepsilon-\mu)(1+e^{-\beta(\varepsilon-\mu)})}{1+e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}}$

۴۱- هیدروژن اتمی و مولکولی طبق واکنش $H_2 \rightleftarrows 2H$ در دمای T در ظرفی در حالت تعادل‌اند. هر دو را گاز ایده‌آل در نظر بگیرید. اگر انرژی آزاد داخلی یک مولکول هیدروژن F_{in} باشد، ثابت تعادل $K(T)$ برحسب $n_Q(m,T)=(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2})^{\frac{3}{2}}$ که m جرم ذره است، کدام است؟

۱) $(n_Q(m_{H_2},T))^2\, n_Q(m_H,T)\exp(-\frac{F_{in}}{k_BT})$

۲) $n_Q(m_{H_2},T)\,(n_Q(m_H,T))^2\exp(-\frac{F_{in}}{k_BT})$

۳) $(n_Q(m_{H_2},T))^{-2}\, n_Q(m_H,T)\exp(-\frac{F_{in}}{k_BT})$

۴) $n_Q(m_{H_2},T)\,(n_Q(m_H,T))^{-2}\exp(-\frac{F_{in}}{k_BT})$

۴۲- هامیلتونی یک ذرهٔ آزاد به جرم m در حجم V، $H=\frac{\vec{P}.\vec{P}}{2m}$ است. $Tr(e^{-\beta H})$ برحسب β و $f(V)$ (تابعی فقط از حجم) کدام است؟ $(\beta=\frac{1}{k_B T})$

۱) $f(V)\left(\frac{\hbar^2\beta}{2mV^{\frac{2}{3}}}\right)^{+\frac{3}{2}}$

۲) $f(V)\exp\left(-\frac{\hbar^2\beta}{2mV^{\frac{2}{3}}}\right)$

۳) $f(V)\left(\frac{\hbar^2\beta}{2mV^{\frac{2}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}$

۴) $f(V)\exp\left(+\frac{\hbar^2\beta}{2mV^{\frac{2}{3}}}\right)$

۴۳- دستگاهی شامل N ذره یکسان بوزونی هر یک به جرم m در دمای T و در حجم V را در نظر بگیرید. اگر $N_0(T)$ تعداد ذرات در حالت پایه و $N_{ex}(T)=2/6V\left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$ تعداد ذرات در حالت‌های برانگیخته باشد، در دمای (نزدیک صفر مطلق) $T=1K$ تقریباً چند درصد از اتم‌های هلیوم ^4_2He در حالت پایه قرار دارند؟ دمای بحرانی در چگالش بوز ـ اینشتین برای ^4_2He برابر $3K$ است.

۱) ۳۶

۲) ۴۸

۳) ۵۲

۴) ۶۴

۴۴- دستگاهی شامل N فرمیون یکسان آزاد و بدون برهم‌کنش با اسپین $\frac{1}{2}$ در حجم V و دمای T را در نظر بگیرید. پتانسیل شیمیایی دستگاه از کدام رابطه قابل محاسبه است؟ $(\beta=\frac{1}{k_B T})$

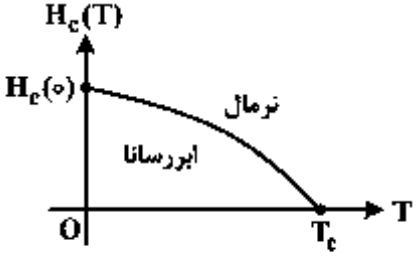
۱) $N=\frac{V}{\pi^2}(\frac{2m}{\hbar^2})^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{1+e^{\beta(x^2-\mu)}}$

۲) $N=\frac{V}{\pi^2}(\frac{2m}{\hbar^2})^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{dx}{1+e^{\beta(x^2-\mu)}}$

۳) $N=\frac{V}{2\pi^2}(\frac{2m}{\hbar^2})^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{1+e^{\beta(x^2-\mu)}}$

۴) $N=\frac{V}{2\pi^2}(\frac{2m}{\hbar^2})^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{dx}{1+e^{\beta(x^2-\mu)}}$

۴۵- منحنی گذار فاز از حالت نرمال به حالت ابررسانا برای فلز سرب مطابق شکل زیر می‌باشد که معادلهٔ منحنی به صورت $H_c(T)=H_c(0)\left(1-(\frac{T}{T_c})^2\right)$ است. ظرفیت گرمایی در واحد حجم فلز سرب در فاز نرمال $(T\geq T_c)$ به صورت $C_n(T)=\gamma_0 T$ و در فاز ابررسانا $(0\leq T\leq T_c)$ به صورت $C_s(T)=\alpha_0 T^3$ است. بر حسب کمیت‌های داده شده و μ_0 (تراوایی مغناطیسی خلاء) چه رابطه‌ای بین α_0 و γ_0 وجود دارد؟



۱) $\alpha_0 T_c^2=\gamma_0+2\mu_0(\frac{H_c(0)}{T_c})^2$

۲) $\alpha_0 T_c^2=\gamma_0+4\mu_0(\frac{H_c(0)}{T_c})^2$

۳) $\alpha_0 T_c^2=\gamma_0-4\mu_0(\frac{H_c(0)}{T_c})^2$

۴) $\alpha_0 T_c^2=\gamma_0-2\mu_0(\frac{H_c(0)}{T_c})^2$

www.edub.ir