

268

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

بانک مقالات ایران

مرکز دانش و مقالات

علمی و پژوهشی و

سئوالات آزمونها

www.edub.ir

صبح جمعه

۱۳۹۵/۱۲/۶

دفترچه شماره (۱)



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی

دوره دکتری (نیمه متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۶

رشته امتحانی آمار (کد ۲۲۳۲)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی ۱ و ۲ - مبانی احتمال - احتمال ۱ و ۲ - استنباط آماری ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه - سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش الکترونیکی و... پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و یا متغلیین برابر مقررات رفتار می شود.

مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی ۱ و ۲:

۱- اگر  $x_0 = 0$  و  $x_1 = 1$  و برای هر  $n > 1$ ،  $x_n = \frac{x_{n-1} + x_{n-2}}{2}$ ، کدام گزینه درباره  $\lim x_n$  درست است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳) ۱

(۴) وجود ندارد.

۲- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k\sqrt{k+1}}{n^2} \sin \frac{k}{n}$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲)  $\frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$

(۴)  $\pi$

۳- سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n})^\alpha}$  همگرا است اگر و تنها اگر، ...

(۱)  $\alpha > 1$

(۲)  $\alpha \geq 2$

(۳)  $\alpha \geq 1$

(۴)  $\alpha > 0$

۴- فرض کنید  $x > 0$  و  $\{a_n\}$  دنباله‌ای از اعداد مثبت باشد که  $\lim a_n = a > 0$ . کدام گزینه درباره سری

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(x+a_1)(2x+a_2)\dots(nx+a_n)}$$

درست است؟

(۱) برای تمام مقادیر  $x > 0$ ، واگراست.

(۲) برای  $x > 0$  همگراست.

(۳) برای  $x > a$  همگراست و برای  $x < a$  واگراست.

(۴) برای  $x < a$  همگراست و برای  $x > a$  واگراست.

۵- شعاع همگرایی سری  $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$  کدام است؟

- (۱) ۰  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴)  $\infty$

۶- فرض کنید  $f$  بر بازه  $(0, 1)$  مشتق‌پذیر باشد و  $|f'(x)| < 1$  اگر برای هر  $n \in \mathbb{N}$ ،  $a_n = f(\frac{1}{n})$  کدام گزینه درباره دنباله  $\{a_n\}$  درست است؟

- (۱) کران‌دار است ولی می‌تواند واگرا باشد.  
(۲) یکنوا است.  
(۳) می‌تواند بی‌کران باشد.  
(۴) همگرا است.

۷- کدام گزینه درباره تابع  $f(x) = [x] \sin^2(\pi x)$  بر  $\mathbb{R}$  درست است؟

- (۱) برای هر  $x \in \mathbb{R}$ ،  $f'(x) = \pi[x] \sin(2\pi x)$ .  
(۲) این تابع فقط در نقاط صحیح مشتق‌پذیر است.  
(۳) این تابع در هیچ نقطه‌ای مشتق‌پذیر نیست.  
(۴) این تابع فقط در نقاط صحیح مشتق‌پذیر نیست.

۸- اگر تابع  $f$  بر  $[0, 1]$  پیوسته باشد، مقدار  $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx - \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$   
(۲)  $\pi$   
(۳) ۰  
(۴) ۱

۹- اگر تابع  $f$  بر بازه  $[0, \pi]$  دارای مشتق مرتبه دوم پیوسته باشد و  $f(\pi) = 2$  و  $\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 5$  آنگاه مقدار  $f(0)$  کدام است؟

- (۱) -۳  
(۲) ۰  
(۳) ۳  
(۴) ۲

۱۰- مساحت درون بیضی  $4x^2 + 9y^2 = 36$  و بالای خط  $2x + 3y = 6$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{2}$
- (۲)  $\frac{3\pi}{4} - 2$
- (۳)  $\frac{3\pi}{4}$
- (۴)  $\frac{3\pi}{2} - 2$

صیانتی احتمال = احتمال ۱ و ۲:

۱۱- دو بازیکن A و B یک جفت ناس سالم را یکی پس از دیگری به ترتیب پرتاب می‌نمایند و هر کدام که زودتر مجموع هفت را مشاهده نماید، برنده اعلام می‌شود. فرض کنید بازیکن A پرتاب اول را انجام دهد، احتمال برد A کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{11}$
- (۲)  $\frac{6}{11}$
- (۳)  $\frac{7}{11}$
- (۴)  $\frac{4}{11}$

۱۲- ۹۰ بلیط بخت‌آزمایی توسط ۹ نفر، هر کدام ۱۰ بلیط خریداری می‌شود که شامل ۵ بلیط برنده است. احتمال اینکه هر ۵ بلیط برنده را یک نفر دریافت کند کدام است؟

- (۱)  $\frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{86 \times 87 \times 88 \times 89 \times 90}$
- (۲)  $\frac{7 \times 8 \times 9 \times 10}{87 \times 88 \times 89 \times 90}$
- (۳)  $\frac{6 \times 7 \times 8 \times 9}{86 \times 87 \times 88 \times 89}$
- (۴)  $\frac{7 \times 8 \times 9 \times 10}{86 \times 87 \times 88 \times 89}$

۱۳- فرض کنید  $X$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2 > 0$  باشد. مقدار  $h(\mu)$  چقدر باشد تا مقدار  $P(X \leq 0)$  بستگی به  $\mu$  نداشته باشد؟

(۱)  $C\mu^2$

(۲)  $C\mu^2 + 1$

(۳)  $C|\mu|$

(۴)  $C|\mu| + 1$

۱۴- اگر  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  و متغیر تصادفی  $Y$  به صورت  $Y = \int_{-\infty}^X \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$  تعریف شده باشد، مقدار

$P\left(\frac{1}{4} < Y < \frac{1}{2}\right)$  کدام است؟

(۱) ۰٫۱

(۲) ۰٫۰۵

(۳) ۰٫۹۵

(۴) ۰٫۹

۱۵- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با توزیع متقارن حول صفر باشد. با فرض وجود میانگین، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) برای هر  $a \in \mathbb{R}$ ،  $E(|X+a|) > E(|X-a|)$

(۲) برای هر  $a \in \mathbb{R}$ ،  $E(|X+a|) < E(|X-a|)$

(۳) برای هر  $a \in \mathbb{R}$ ،  $E(|X+a|) = E(|X-a|)$

(۴) برای هر  $a > 0$ ،  $E|X+a| > E|X-a|$  و برای هر  $a < 0$ ،  $E|X+a| < E|X-a|$

۱۶- متغیر تصادفی مثبت  $X$  دارای تابع مولد احتمال  $g(s) = \frac{s}{\Delta - \varphi s}$ ،  $0 < s < \frac{\Delta}{\varphi}$  است. مقدار  $P(X \leq 100)$  کدام است؟

(۱)  $1 - \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{100}$

(۲)  $1 - \left(\frac{\varphi}{\Delta}\right)^{101}$

(۳)  $1 - \left(\frac{\varphi}{\Delta}\right)^{100}$

(۴)  $1 - \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{101}$

۱۷- فرض کنید متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  مستقل از هم و دارای توزیع یکسان  $N(1,1)$  باشند. مقدار  $P(2-X < Y < X)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{5}$

(۳)  $\frac{1}{20}$

(۴)  $\frac{19}{20}$

۱۸- فرض کنید  $X_1$  و  $X_2$  دو متغیر تصادفی مستقل با تابع احتمال یکسان زیر باشند. مقدار  $E\left(\frac{X_1}{X_2+1}\right)$  کدام است؟

$P|X_1=k| = P|X_2=k| = pq^k$  ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

(۱)  $-\ln(q)$

(۲)  $-\ln(1+p)$

(۳)  $-\ln(1+q)$

(۴)  $-\ln(p)$

۱۹- فرض کنید عدد  $N$  به تصادف انتخاب شده از مجموعه اعداد  $\{1, 2, \dots, 10\}$  باشد و  $Y = I(N \text{ فرد})$  ,  $X = I(N \leq 5)$  که در آن  $I$  تابع نشانگر است. ضریب همبستگی  $X$  و  $Y$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{3}{5}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

۲۰- ۱۲ نفر در طبقه همکف یک فروشگاه ده طبقه، سوار آسانسور می‌شوند. هر شخص مستقل از سایرین و با شانس یکسان یکی از ده طبقه را برای پیاده شدن انتخاب می‌کند و هیچ شخص جدیدی سوار آسانسور نمی‌شود. این آسانسور به طور متوسط چند توقف خواهد داشت؟

$$(1) \quad 10 + \left(\frac{1}{10}\right)^{12}$$

$$(2) \quad 10 \left(\frac{9}{10}\right)^{12}$$

$$(3) \quad 10 - \left(\frac{1}{10}\right)^{12}$$

$$(4) \quad 10 - \frac{9^{12}}{10^{11}}$$

۲۱- فرض کنید هر فردی که وارد اداره پست می‌شود با احتمال  $\frac{1}{3}$  یکی از سرویس‌های سفارشی، بیستاز و یا عادی را برای ارسال نامه خود انتخاب می‌کند. به طور متوسط چند نفر وارد اداره پست شوند، تا هر سرویس حداقل یک بار مورد استفاده قرار گیرد؟

$$(1) \quad 4$$

$$(2) \quad 4/5$$

$$(3) \quad 5$$

$$(4) \quad 5/5$$

۲۲- فرض کنید  $Y_1, \dots, Y_{n+1}$  یک نمونه تصادفی از تابع توزیع بیوسنه  $F$  و  $X \sim DU(\{1, \dots, n\})$  و مستقل از  $Y_i$  ها

باشد، مقدار  $E \left[ \sum_{i=1}^X I_{\{Y_i \leq Y_{n+1}\}} \right]$  کدام است؟

$$(1) \quad \frac{n+1}{2}$$

$$(2) \quad \frac{n+1}{4}$$

$$(3) \quad \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(4) \quad \frac{n(n+1)}{4}$$

۲۳- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی باشند به طوری که  $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ,  $x > 0$  و  $E(X^r | Y) = \frac{10}{\lambda^r} Y^r$  و

$E(X|y) = \frac{Y}{\lambda}$ ، مقدار  $\text{Var}(Y)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{17}{45}$

(۲)  $\frac{27}{45}$

(۳)  $\frac{4}{45}$

(۴)  $\frac{13}{45}$

۲۴- فرض کنید  $X_1, \dots, X_N$  یک نمونه تصادفی  $N$  تایی از جامعه‌ای با تابع توزیع  $F(x)$  باشد به طوری که  $N \sim \text{Ge}(p)$  و از  $X$ ها مستقل است. مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_{X_{(N)}}(x)$  کدام است؟  $X_{(N)}$  بزرگترین آماره ترتیبی

( $X_1, \dots, X_N$  است)

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳)  $1 - F(x)$

(۴)  $F(x)$

۲۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_{100}$  مستقل از یکدیگر و مقادیر ۲ و ۵/۵ را با احتمال  $\frac{1}{4}$  اختیار می‌کنند. قرار دهید

$X = \prod_{i=1}^{100} X_i$ ، مقدار تقریبی  $P(X > 10^{24})$  بدون احتساب تصحیح پیوستگی کدام است؟

(۱) ۰/۱۵۸۷

(۲) ۰/۳۰۸۵

(۳) ۰/۶۹۱۵

(۴) ۰/۸۴۱۳

استنباط آماری ۱:

۲۶- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(ap, bp(1-p))$  باشد که در آن  $a$  و  $b$  مقادیر ثابت و معلوم مثبت و  $p \in (0, 1)$  نامعلوم است. آماره بسنده می‌نیمال برای  $p$  کدام است؟

(۱)  $\sum X_i$

(۲)  $\bar{X}(1 - \bar{X})$

(۳)  $\bar{X} + S^2$

(۴)  $(\sum X_i, \sum X_i^2)$

۲۷- فرض کنید  $X$  تک نمونه‌ای از تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد ماکسیمم درست‌نمایی  $\theta$  کدام است؟

$$f(x; \theta) = 2\theta x + (1 - \theta) \quad \text{و} \quad 0 < x < 1, -1 \leq \theta \leq 1$$

$$\hat{\theta}(x) = \begin{cases} -1 & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\hat{\theta}(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\hat{\theta}(x) = \left| x - \frac{1}{2} \right| \quad (3)$$

$$\hat{\theta}(x) = 2x - 1 \quad (4)$$

۲۸- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه  $(\mu - \sqrt{3}\sigma, \mu + \sqrt{3}\sigma)$  باشد، که در آن

$\mu \in \mathbb{R}$  و  $\sigma > 0$  می‌باشد. با فرض  $X_{(n)} = \max(X_i)$ ،  $X_{(1)} = \min(X_i)$ ، برآورد ماکسیمم درست‌نمایی بردار

پارامتر  $\theta = (\mu, \sigma)$  کدام است؟

$$\left( \frac{1}{2}(X_{(1)} + X_{(n)}), \frac{1}{2\sqrt{3}}(X_{(n)} - X_{(1)}) \right) \quad (1)$$

$$\left( \frac{1}{2}(X_{(1)} - X_{(n)}), \frac{1}{2\sqrt{3}}(X_{(n)} + X_{(1)}) \right) \quad (2)$$

$$\left( \frac{1}{2}(X_{(1)} - X_{(n)}), \frac{1}{\sqrt{3}}(X_{(n)} + X_{(1)}) \right) \quad (3)$$

$$\left( \frac{1}{2}(X_{(1)} + X_{(n)}), \frac{1}{\sqrt{3}}(X_{(n)} - X_{(1)}) \right) \quad (4)$$

۲۹- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(0, \sigma^2)$  باشد. با تعریف  $Y = \sum_{i=1}^n |X_i|$  و با در نظر گرفتن

متغیر تصادفی  $W = cY$  به ازای چه مقدار از  $c$ ،  $W$  یک برآورد کننده نازیب برای  $\sigma$  است؟

$$\frac{1}{n} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{n} \sqrt{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{1}{n\sqrt{\pi}} \quad (4)$$

۳۰- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشد. مقدار  $E[S^T | \bar{X}]$  کدام است؟  $S^T$

واریانس نمونه‌ای نااریب است)

$$\frac{(n-1)\bar{X}(1-\bar{X})}{n} \quad (1)$$

$$\frac{n\bar{X}(1-\bar{X})}{n+1} \quad (2)$$

$$\bar{X}(1-\bar{X}) \quad (3)$$

$$S^T \quad (4)$$

۳۱- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  باشد. با تعریف

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n iX_i}{\sum_{i=1}^n X_i}, \quad \text{بر آوردگر نااریب صفر بر مبنای } T \text{ کدام است؟}$$

$$T \quad (1)$$

$$T - \frac{n-1}{2} \quad (2)$$

$$T - \frac{n+1}{2} \quad (3)$$

$$T - \frac{n+1}{2}\sigma \quad (4)$$

۳۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  و  $Y_1, \dots, Y_m$  دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌های به ترتیب نمایی با میانگین  $\theta_1$  و  $\theta_2$

باشند.  $UMVUE$  پارامتر  $\gamma(\theta_1, \theta_2) = (\theta_1 - \theta_2)^2$  کدام است؟

$$\left(\frac{n+1}{n}\bar{X} - \frac{m+1}{m}\bar{Y}\right)^2 \quad (1)$$

$$\left(\frac{n}{n+1}\bar{X} - \frac{m}{m+1}\bar{Y}\right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{n+1}{n}\bar{X}^2 + \frac{m+1}{m}\bar{Y}^2 - 2\bar{X}\bar{Y} \quad (3)$$

$$\frac{n}{n+1}\bar{X}^2 + \frac{m}{m+1}\bar{Y}^2 - 2\bar{X}\bar{Y} \quad (4)$$

۳۳- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  ( $n \geq 2$ ) نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $p \in [0, 1]$  باشد. برآورد UMVU برای  $p^{n-1}$  کدام است؟

$$\delta(\underline{x}) = \begin{cases} 0 & \sum x_j = 0, 1, \dots, n-2 \\ \frac{1}{n} & \sum x_j = n-1 \\ 1 & \sum x_j = n \end{cases} \quad (1) \quad \bar{x}^{n-1} \quad (2)$$

$$\delta(\underline{x}) = \begin{cases} 0 & \sum x_j = 0, 1, \dots, n-2 \\ \frac{n-1}{n} & \sum x_j = n-2, n-1 \\ 1 & \sum x_j = n \end{cases} \quad (3) \quad \frac{(\sum x_j - 1) \sum x_j}{n(n-1)} \quad (4)$$

۳۴- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر  $\theta$  باشد. مقدار  $\text{cov}(\bar{X}, S^2)$  کدام است؟

$\bar{X}$  میانگین نمونه‌ای و  $S^2$  واریانس نمونه‌ای ناریب است.

۰ (۱)

$-\frac{\theta}{n}$  (۲)

$\frac{\theta}{n}$  (۳)

$n\theta$  (۴)

۳۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(0, \sigma^2)$  باشد. میزان اطلاع فیشر نمونه برای پارامتر  $\sigma$  کدام است؟

$\frac{2n}{\sigma^2}$  (۱)

$\frac{n}{\sigma^2}$  (۲)

$\frac{n}{\sigma^4}$  (۳)

$\frac{5n}{2\sigma^2}$  (۴)

۳۶- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین  $\theta$  باشد. اگر  $\frac{1}{\theta}$  دارای توزیع پیشین

$\Gamma(\alpha, \beta)$  با میانگین  $\frac{\alpha}{\beta}$  و تابع زیان مربع خطا باشد، برآوردگر بیز  $e^{-\frac{1}{\theta}}$  کدام است؟

$$\left(\frac{\alpha + \sum X_i}{\alpha + \sum X_i + 1}\right)^{n+\beta} \quad (۱)$$

$$\left(\frac{\beta + \sum X_i}{\beta + \sum X_i + 1}\right)^{n+\alpha+1} \quad (۲)$$

$$\left(\frac{\beta + \sum X_i}{\beta + \sum X_i + 1}\right)^{n+\alpha} \quad (۳)$$

$$\left(\frac{\alpha + \sum X_i}{\alpha + \sum X_i + 1}\right)^{n+\beta+1} \quad (۴)$$

۳۷- فرض کنید  $X \sim \Gamma(r, \lambda)$ ،  $Y \sim \Gamma(r, r\lambda)$ ،  $Z \sim \Gamma(r, r\lambda)$  سه متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. با انتخاب

تابع زیان مربع خطا و توزیع پیشین  $\Gamma(r, r)$  با میانگین  $\frac{1}{r}$ ، برآوردگر بیز  $\lambda^{-1}$  کدام است؟

$$\frac{X + rY + rZ + r}{r} \quad (۱)$$

$$\frac{X + rY + rZ + r}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{X + rY + rZ}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{10}{X + rY + rZ + r} \quad (۴)$$

۳۸- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $P(\lambda)$  باشد. با انتخاب توزیع پیشین  $E(1)$  و تابع زیان

$L(\lambda, \delta) = \frac{(\delta - \lambda)^2}{\delta}$ ، برآوردگر بیز  $\lambda$  کدام است؟

$$\frac{1}{n} \sqrt{\sum X_i (\sum X_i + 1)} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n+1} \sqrt{(\sum X_i + 1)(\sum X_i + 2)} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{n} \sum X_i (\sum X_i + 1) \quad (۳)$$

$$\frac{1}{n+1} (\sum X_i + 1) \quad (۴)$$

۳۹- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع  $U(\sigma, \theta)$  دارای توزیع پیشین  $Pa(\tau, 1)$  با تابع چگالی

احتمال  $\pi(\theta) = \frac{\tau}{\theta^{\tau+1}}, \theta > 1$  باشد. تحت تابع زیان  $L(\theta, \delta) = \left(\sqrt{\frac{\delta}{\theta}} - \sqrt{\frac{\theta}{\delta}}\right)^2$  برآوردگر بیز  $\theta$  کدام است؟

$$(1) \frac{\sqrt{n(n+\tau)}}{n+1} \max(1, X_{(n)})$$

$$(2) \sqrt{\frac{n(n+\tau)}{n+1}} \max(1, X_{(n)})$$

$$(3) \frac{n+1}{\sqrt{n(n+\tau)}} \max(1, X_{(n)})$$

$$(4) \sqrt{\frac{n+\tau}{n+1}} \max(1, X_{(n)})$$

۴۰- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین  $\theta$  و واریانس ۱ باشد. با انتخاب توزیع پیشین ناسره با تابع چگالی  $\pi(\theta) = 1$  برای  $\theta$  تحت تابع زیان قدر مطلق خطا، برآوردگر بیز تعمیم یافته  $\theta$  کدام است؟

$$(1) 1$$

$$(2) n$$

$$(3) \bar{X}$$

$$(4) n\bar{X}$$

۴۱- فرض کنید  $X$  یک مشاهده از توزیع  $N(\mu, 1)$  باشد. تحت تابع زیان مربع خطا، کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد برآوردگر  $X+a$  برای پارامتر  $\mu$  درست است؟ ( $a \neq 0$  ثابت است)

(1) تحت توزیع پیشین ناسره  $\pi(\mu) = e^{a\mu}$ ، برآورد بیز تعمیم یافته  $\mu$  است.

(2) برآوردگر مجاز (پذیرفتنی) است.

(3) برآوردگر UMVU است.

(4) برآوردگر مینمکس است.

۴۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع  $N(\sigma, \theta)$  باشد تحت تابع زیان  $L(\theta, \delta) = \left(\frac{\delta}{\theta} - 1\right)^2$  کدام یک

از برآوردهای زیر برای  $\theta$  مینیماکس است؟

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (2)$$

$$\frac{2}{n+2} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (4)$$

۴۳- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشد. تحت تابع زیان

$$L(p, \delta) = \frac{(p - \delta)^2}{p(1-p)}$$

$\bar{X}$  (1)

$$\frac{1}{2} \bar{X} + \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \bar{X} + \frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{n \bar{X}}{n+1} \quad (4)$$

۴۴- فرض کنید  $X$  دارای توزیع برنولی با پارامتر  $\theta \in [0, 1]$  باشد. تحت تابع زیان مربع خطا، کدام یک از برآوردهای

زیر غیرمجاز (ناپذیرفتنی) اند؟

$$X \quad (1)$$

$$2X \quad (2)$$

$$\delta(X) = 0 \quad (3)$$

$$\delta(X) = \frac{1}{2} \quad (4)$$

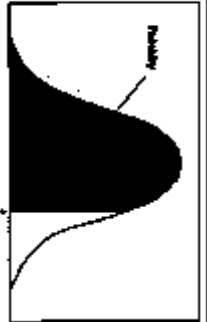
۴۵- فرض کنید  $X|\theta \sim N(\theta, 1)$  و  $\theta \sim N(0, 1)$  باشند. با انتخاب تابع زیان مربع خطای وزنی یا وزن  $w(\theta) = e^{\frac{\gamma}{F}\theta^2}$  گزینه صحیح کدام است؟

(۱)  $\delta_B(X) = 2X$  برآوردگر بیز یکتا و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.

(۲)  $\delta_B(X) = 2X$  برآوردگر بیز یکتا و مجاز (پذیرفتنی) است.

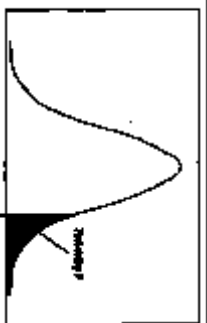
(۳)  $\delta_B(X) = \frac{1}{\gamma}X$  برآوردگر بیز یکتا و مجاز (پذیرفتنی) است.

(۴)  $\delta_B(X) = \frac{1}{\gamma}X$  برآوردگر بیز یکتا و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.



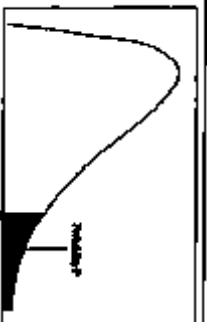
سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5597	5636	5675	5714	5753
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	7257	7291	7324	7357	7390	7423	7456	7489	7521	7554
0.7	7586	7618	7649	7679	7709	7738	7767	7796	7825	7853
0.8	7881	7910	7938	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8390
1.0	8415	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	8643	8665	8686	8706	8726	8745	8764	8783	8801	8820
1.2	8839	8857	8875	8893	8911	8928	8945	8962	8979	8997
1.3	9015	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162
1.4	9177	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306
1.5	9319	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429
1.6	9439	9450	9461	9472	9482	9493	9503	9513	9523	9533
1.7	9543	9553	9563	9572	9581	9590	9599	9608	9616	9625
1.8	9634	9643	9652	9660	9668	9676	9684	9692	9699	9706
1.9	9713	9721	9729	9736	9743	9750	9757	9764	9771	9778
2.0	9777	9783	9789	9795	9801	9807	9812	9817	9821	9826
2.1	9831	9836	9841	9846	9851	9856	9860	9864	9868	9871
2.2	9875	9879	9883	9887	9891	9895	9898	9901	9904	9907
2.3	9910	9913	9916	9919	9922	9925	9928	9931	9934	9936
2.4	9938	9940	9942	9945	9947	9949	9951	9953	9954	9956
2.5	9957	9959	9960	9962	9963	9964	9965	9966	9967	9968
2.6	9969	9970	9971	9972	9973	9974	9975	9976	9977	9978
2.7	9978	9979	9980	9981	9982	9983	9984	9985	9986	9987
2.8	9987	9988	9989	9990	9991	9992	9993	9994	9995	9996
2.9	9997	9998	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.0	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.1	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.2	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.3	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998



ممتوز بر حسب توزیع ۱

z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	3.078	6.314	12.711	21.821	31.821	63.642
2	1.961	2.326	4.301	6.341	9.944	15.851
3	1.433	2.132	3.279	4.541	6.347	9.944
4	1.036	1.635	2.571	3.545	4.802	6.347
5	0.846	1.341	2.147	2.967	3.989	5.399
6	0.729	1.191	1.964	2.708	3.555	4.755
7	0.635	1.080	1.771	2.500	3.264	4.417
8	0.564	1.000	1.645	2.338	3.090	4.259
9	0.505	0.938	1.579	2.224	2.967	4.129
10	0.457	0.884	1.526	2.160	2.878	4.025
11	0.418	0.838	1.479	2.100	2.800	3.942
12	0.387	0.798	1.437	2.044	2.734	3.871
13	0.363	0.764	1.400	2.000	2.680	3.811
14	0.344	0.734	1.368	1.966	2.636	3.761
15	0.329	0.708	1.340	1.938	2.600	3.721
16	0.317	0.686	1.316	1.914	2.571	3.687
17	0.308	0.667	1.294	1.893	2.546	3.658
18	0.301	0.650	1.274	1.874	2.524	3.633
19	0.295	0.635	1.256	1.857	2.504	3.611
20	0.291	0.621	1.240	1.842	2.486	3.591
21	0.287	0.608	1.225	1.828	2.470	3.573
22	0.284	0.596	1.211	1.814	2.455	3.557
23	0.281	0.585	1.198	1.801	2.441	3.542
24	0.279	0.574	1.186	1.789	2.428	3.528
25	0.277	0.564	1.174	1.778	2.416	3.515
26	0.275	0.554	1.163	1.767	2.404	3.503
27	0.274	0.544	1.152	1.757	2.393	3.491
28	0.272	0.534	1.141	1.747	2.382	3.480
29	0.271	0.524	1.131	1.737	2.372	3.470
30	0.270	0.514	1.121	1.727	2.362	3.460



ممتوز بر حسب توزیع مربع کای

df	99%	95%	90%	75%	50%	25%	10%	5%
1	48.3	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.010	0.200	0.577	1.385	2.706	3.841	5.024	6.635
3	0.078	0.811	1.213	2.366	3.675	4.608	5.764	7.378
4	0.215	0.976	1.407	2.479	3.745	4.779	5.964	7.779
5	0.411	1.145	1.549	2.575	3.793	4.838	6.064	7.879
6	0.675	1.237	1.676	2.660	3.828	4.883	6.153	7.963
7	0.989	1.345	1.799	2.733	3.853	4.917	6.231	8.033
8	1.344	1.469	1.915	2.797	3.871	4.941	6.300	8.093
9	1.735	1.601	2.023	2.853	3.883	4.957	6.361	8.146
10	2.156	1.741	2.124	2.902	3.891	4.965	6.415	8.193
11	2.603	1.888	2.219	2.946	3.896	4.968	6.462	8.237
12	3.076	2.042	2.310	2.985	3.899	4.968	6.507	8.278
13	3.571	2.201	2.397	3.020	3.900	4.968	6.551	8.317
14	4.088	2.364	2.481	3.051	3.900	4.968	6.594	8.354
15	4.626	2.531	2.562	3.079	3.900	4.968	6.636	8.389
16	5.184	2.701	2.641	3.104	3.900	4.968	6.677	8.423
17	5.761	2.873	2.718	3.127	3.900	4.968	6.717	8.456
18	6.356	3.047	2.795	3.148	3.900	4.968	6.756	8.488
19	6.968	3.223	2.868	3.167	3.900	4.968	6.794	8.519
20	7.596	3.400	2.938	3.184	3.900	4.968	6.831	8.549
21	8.239	3.578	3.006	3.199	3.900	4.968	6.867	8.578
22	8.896	3.757	3.072	3.212	3.900	4.968	6.902	8.606
23	9.566	3.937	3.136	3.224	3.900	4.968	6.936	8.633
24	10.248	4.118	3.198	3.235	3.900	4.968	6.969	8.659
25	10.941	4.299	3.258	3.245	3.900	4.968	6.999	8.684
26	11.645	4.481	3.317	3.254	3.900	4.968	7.028	8.708
27	12.360	4.663	3.374	3.262	3.900	4.968	7.056	8.731
28	13.085	4.846	3.429	3.269	3.900	4.968	7.083	8.753
29	13.829	5.030	3.483	3.275	3.900	4.968	7.109	8.774
30	14.591	5.215	3.535	3.280	3.900	4.968	7.134	8.794