

کد کنترل

307

E



307E

نام خانوادگی:

محل امضا:



طاهر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود. ۹  
امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۱۳۹۶/۱۲/۴

دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۳۹۷

رشته مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات (کد ۲۳۲۳)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - دینامیک پیشرفته - ارتعاشات پیشرفته - کنترل پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حد چشم‌نگین و سایر سؤالات به هر روش الکترونیکی و... پس از برگزاری آزمون، برای تهیه امتحانی، محلی و متوفی آنها یا مجوز این سازمان صادر می‌گردد و با تکمیل برآوردهای وقتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- تابع متناوب  $f$  در یک دوره تناوب به صورت  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq a \\ 2a - x, & a < x < 2a \end{cases}$ ، تعریف شده است. سری فوریه

مثلهائی این تابع کدام است؟

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (1)$$

$$\frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -\frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \right] \quad (2)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{\pi^2 (2n-1)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{a} \quad (3)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (4)$$

۲- ضرایب سری فوریه  $a_n$  تابع متناوب زیر با دوره تناوب  $2\pi$  برای  $n$  های بسیار بزرگ ( $n \rightarrow \infty$ ) با چه توانی از  $n$  متناسبند؟

$$f(x) = \begin{cases} \cos^2 x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

(1)  $n^{-4}$

(2)  $n^{-3}$

(3)  $n^{-2}$

(4)  $n^{-1}$

۳- اگر انتگرال فوریه تابع  $f(x)$  به صورت  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega}{1+\omega^4} \sin \omega x d\omega$  باشد، آنگاه حاصل انتگرال

$$\int_0^{\infty} (1+x^2)f(x) \sin x dx$$

کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{8}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{3}{8}$

۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر از  $\alpha$  جواب معادله زیر، شکل نوسانی خواهد داشت؟

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \alpha u_t + u = 0 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & \forall t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) & u_t(x, 0) = g(x); 0 < x < 1 \end{cases}$$

(۱)  $[-\sqrt{1+\pi^2}, \sqrt{1+\pi^2}]$

(۲)  $[-2\sqrt{1+\pi^2}, 2\sqrt{1+\pi^2}]$

(۳)  $(-\infty, 4+4\pi^2)$

(۴)  $(-\infty, 2+2\pi^2)$

۵- با جایگزینی  $u(x, y) = w(x, y)e^{-(bx+ay)}$ ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم

$$u_{xy} + au_x + bu_y + cu = 0$$

به کدام صورت در می آید؟

(۱)  $c^{-(bx+ay)} w_{xy} + (c-ab)w = 0$

(۲)  $w_{xy} + (c-ab)e^{-(bx+ay)} w = 0$

(۳)  $w_{xy} + (c+ab)w = 0$

(۴)  $w_{xy} + (c-ab)w = 0$

۶ برای پاسخ مسئله حاصل عبارت  $u(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$  کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 & 0 < x < \frac{\pi}{2}, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, u_t(x, 0) = \cos x \\ u_x(0, t) = 0, u(\frac{\pi}{2}, t) = 0 \end{cases}$$

(۱)  $\sqrt{2}$

(۲)  $\sqrt{2} + 1$

(۳)  $2\sqrt{2}$

(۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۷- در میله‌ای به طول  $L = \pi$ ، معادله حرارت با شرایط زیر داده شده است. دمای  $u$  در زمان  $t = 1$  و مکان  $x = \frac{L}{4}$  کدام است؟

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin(\frac{3\pi}{L} x) \end{cases}$$

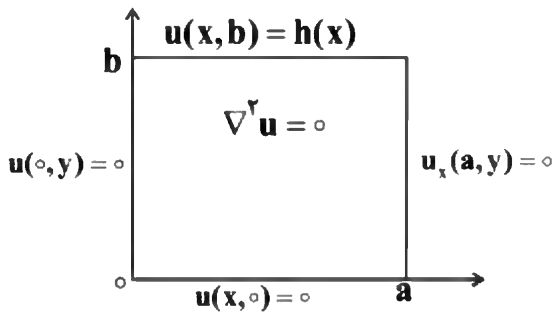
(۱)  $e^{-1}$

(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-2}$

(۴)  $e^{-1}$

۸- در مسئله مقدار مرزی زیر با شرایط داده شده بر مستطیل، پایه متعامد بسط شرط مرزی  $h(x)$  به صورت سری فوریه کدام است؟



(۱)  $\left\{ \sin \frac{k\pi x}{2a} \right\}_k$

(۲)  $\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_k$

(۳)  $\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_k$

(۴)  $\left\{ \cos \frac{k\pi x}{a} \right\}_k$

۹- می‌دانیم  $f(z)$  یک تابع نام و  $\beta_1 x + \beta_2 y + \alpha_1 x^2 + \alpha_2 x y + \alpha_3 y^2 + \alpha_4 x^3 + \alpha_5 x^2 y + \alpha_6 x y^2 + \alpha_7 y^3$  است.  $\text{Re}\{f(z)\} = u(x, y)$

در این صورت روابط بین ضرایب  $\alpha_k$  و  $\beta_k$  در حالت کلی کدام است؟

(۱)  $\alpha_3 = -3\alpha_4, \alpha_4 = -3\alpha_5, \alpha_5 = -3\alpha_6, \alpha_6 = -3\alpha_7$  دلخواه  $\beta_1, \beta_2$

(۲)  $\alpha_4, \alpha_5$  صفر و بقیه ضرایب دلخواه

(۳)  $\alpha_3, \alpha_4$  صفر و بقیه ضرایب دلخواه

(۴)  $\alpha_k$  ها صفر،  $\beta_1, \beta_2$  دلخواه

۱۰- مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط که در رابطه  $|\frac{z-1+i}{2z-3i}| = \frac{1}{2}$  صدق می‌کنند، کدام است؟

(۱) بیضی (۲) خط مستقیم (۳) دایره (۴) هذلولی

۱۱- حاصل انتگرال زیر روی مسیر بسته  $C$  (دایره به مرکز مبدأ و شعاع واحد)، کدام است؟

$$I = \oint_C \text{Re}\{z\} + i \text{Im}\{z^2\} dz$$

(۱)  $\pi$

(۲)  $i\pi$

(۳)  $i\frac{\pi}{2}$

(۴)  $\frac{\pi}{2}$

۱۲- فرض کنید تابع مختلط  $f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$  در صفحه مختلط مشتق پذیر است و داریم:

$u(x, y) + v(x, y) = \pi$  و  $u(0, 0) = 0$ . در این صورت مقدار  $I = \oint_{|z|=1} \frac{\sin(f(z))}{\sin(z)} dz$ ، کدام است؟

(۱)  $2\pi i \sinh(\pi)$

(۲)  $\pi(e^{-\pi} + e^{\pi})$

(۳)  $\pi(e^{-\pi} - e^{\pi})$

(۴) ۰

۱۳- اگر  $C$  مرز  $|z|=3$  در جهت مثلثاتی باشد، آنگاه مقدار انتگرال  $\oint_C \frac{dz}{z^2 \sin z}$ ، کدام است؟

(۱)  $\pi i$

(۲)  $2\pi i$

(۳)  $\frac{\pi i}{2}$

(۴)  $\frac{\pi i}{3}$

۱۴- مقدار مانده تابع مختلط  $f(z) = \frac{1}{\sin^2(z)} + \frac{1}{1 - \cos(z)}$  در نقطه  $z = 0$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{6}$

(۴) ۱

۱۵- سری لوران تابع  $f(z) = \frac{\cosh z}{(z + i\pi)^2}$ ، حول نقطه  $-i\pi$ ، کدام است؟

$$-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z + i\pi)^{2n-2}}{(2n)!} \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z + i\pi)^{2n-2}}{n!} \quad (2)$$

$$-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z + i\pi)^{2n-2}}{n!} \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z + i\pi)^{2n-2}}{(2n)!} \quad (4)$$

۱۶- جسم صلب دلخواهی در فضا حول مرکز جرمش دوران می‌کند. اگر براینده گشتاورهای وارد بر جسم حول مرکز جرم برابر صفر باشد  $\sum \underline{M}_G = 0$ ، گزینه نادرست کدام است؟

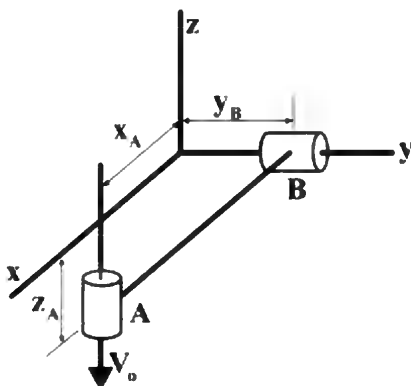
(۱) حاصل ضرب داخلی بردار اندازه حرکت زاویه‌ای جسم در بردار سرعت زاویه‌ای جسم ثابت است.

(۲) اندازه بردار سرعت زاویه‌ای جسم ثابت است ولی جهت آن ممکن است تغییر کند.

(۳) اندازه حرکت زاویه‌ای جسم حول مرکز جرم ثابت است.

(۴) انرژی جنبشی دورانی جسم ثابت است.

۱۷- لغزنده A با سرعت ثابت  $v_0$  مطابق شکل زیر، حرکت می‌کند. مقدار سرعت لغزنده B، کدام است؟ (میله AB صلب است)



(صلب است)

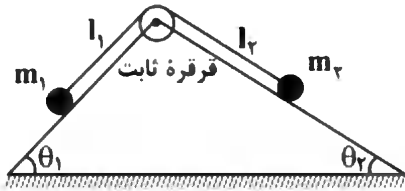
$$2v_0 \frac{y_B}{z_A} \quad (1)$$

$$v_0 \frac{z_A}{y_B} \quad (2)$$

$$2v_0 \quad (3)$$

$$v_0 \quad (4)$$

۱۸- هرگاه  $I_1$  مختصات تعمیم یافته باشد، نیروی تعمیم یافته  $Q_{I_1}$  کدام است؟ (جرم‌های کوچک  $m_1$  و  $m_2$  توسط



کابلی به طول ثابت  $l$  به هم متصل شده‌اند).

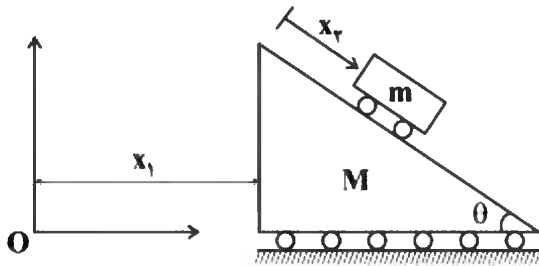
$$m_2 g \sin \theta_1 - m_1 g \sin \theta_2 \quad (۱)$$

$$m_1 g \cos \theta_1 + m_2 g \cos \theta_2 \quad (۲)$$

$$m_1 g \sin \theta_1 - m_2 g \sin \theta_2 \quad (۳)$$

$$m_1 g \cos \theta_1 - m_2 g \cos \theta_2 \quad (۴)$$

۱۹- تابع لاگرانژین برای سیستم زیر، کدام است؟



$$\frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 - 2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 \cos \theta) - mg x_2 \sin \theta \quad (۱)$$

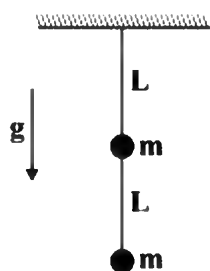
$$\frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 - \frac{1}{2} m (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 - 2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 \cos \theta) - mg x_2 \sin \theta \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 \cos^2 \theta) + mg x_2 \sin \theta \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} M \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 \cos \theta) + mg x_2 \sin \theta \quad (۴)$$

۲۰- پاندول زیر، از دو گوی کوچک با جرم‌های مساوی  $m$  و یک میله صلب بدون جرم، به طول  $2L$  ساخته شده است.

میله می‌تواند آزادانه حول انتهای فوقانی خود بچرخد. پیروی نوسان این پاندول کدام است؟ (دامنه نوسان کوچک



فرض شود)

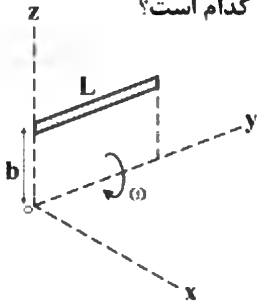
$$2\pi \sqrt{\frac{3g}{\Delta L}} \quad (۱)$$

$$2\pi \sqrt{\frac{3L}{2g}} \quad (۲)$$

$$2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} \quad (۳)$$

$$2\pi \sqrt{\frac{\Delta L}{3g}} \quad (۴)$$

۲۱- میله باریک و یکنواخت زیر به جرم  $m$  و طول  $L$  حول محور  $y$  با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  دوران می‌کند. بردار اندازه حرکت زاویه‌ای میله حول مبدأ دستگاه مختصات  $xyz$  در موقعیت نشان داده شده، کدام است؟



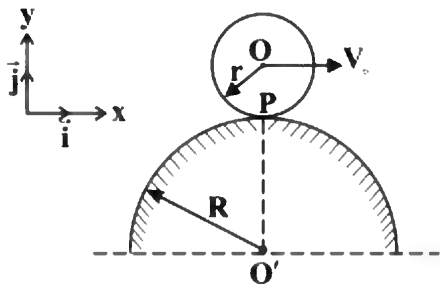
$$(1) \quad mb^y \omega (\vec{j} - \frac{L}{2b} \vec{k})$$

$$(2) \quad mb^y \omega (\vec{j} - \frac{L}{b} \vec{k})$$

$$(3) \quad mLb \omega \vec{j}$$

$$(4) \quad mb^y \omega \vec{j}$$

۲۲- استوانه‌ای به شعاع  $r$  روی سطح ثابتی به شعاع  $R$  غلت بدون لغزش می‌کند. اگر سرعت مرکز استوانه ثابت و برابر  $v_0$  باشد، شتاب نقطه  $P$  کدام است؟



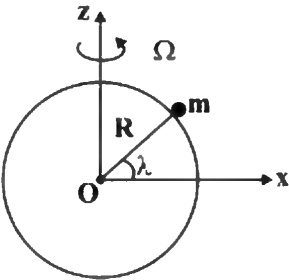
$$(1) \quad -\frac{v_0^y}{R+r} \vec{j}$$

$$(2) \quad \frac{v_0^y}{r} \vec{j}$$

$$(3) \quad \frac{v_0^y R}{r(R+r)} \vec{j}$$

$$(4) \quad \frac{v_0^y}{R} \vec{j}$$

۲۳- جسمی به جرم  $m$  بر روی سطح کره زمین در عرض جغرافیایی  $\lambda$  به طور ثابت قرار گرفته است. با فرض وجود ضریب اصطکاک ایستایی  $\mu$  و سرعت دورانی  $\Omega$  برای زمین، نیروی اصطکاک وارد بر جسم کدام است؟  $g$  شتاب گرانش بر روی سطح زمین می‌باشد.



$$(1) \quad mR\Omega^y \sin \lambda \cos \lambda [-\sin \lambda \hat{i} + \cos \lambda \hat{k}]$$

$$(2) \quad \mu m (g - R\Omega^y \sin \lambda \cos \lambda) \hat{j}$$

$$(3) \quad \mu mg [-\sin \lambda \hat{i} + \cos \lambda \hat{k}]$$

$$(4) \quad \mu mg \hat{j}$$

۲۴- مجموعه‌ای شامل  $N$  جرم یکسان را در یک محیط بسته و یک‌بعدی، تحت نیروهای خارجی و میدان‌های القایی قرار داده‌ایم. توزیع اندازه سرعت آنها از تابع  $f(v) = ke^{-kv}$  تبعیت می‌کند. یعنی، کسری از اجرام که دارای سرعت در بازه  $v$  و  $v+dv$  می‌باشند، برابر با  $f(v)dv$  است. سرعت سریع‌ترین جرم درون محیط کدام است؟

$$\left( \int_0^\infty f(v) dv = 1 \right)$$

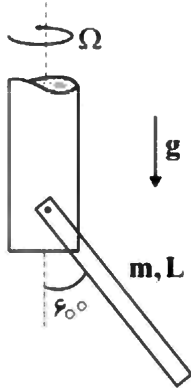
$$(1) \quad \frac{1}{k} e^{kN}$$

$$(2) \quad kN$$

$$(3) \quad \frac{1}{k} \ln(N)$$

$$(4) \quad 2kN$$

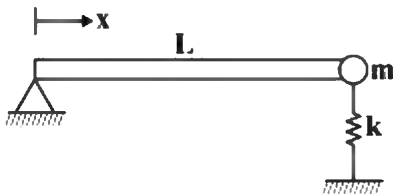
۲۵- میله باریک و یکنواخت زیر به طول  $L$  به قطعه دواری مفصل شده است. سرعت قطعه دوار،  $\Omega$ ، توسط موتوری ثابت نگه داشته شده است. اگر میله زاویه ثابت  $60^\circ$  درجه را با خط قائم حفظ کند، اندازه  $\Omega$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{\frac{g}{L}}$
- (۲)  $\sqrt{\frac{2g}{L}}$
- (۳)  $\sqrt{\frac{3g}{L}}$
- (۴)  $\sqrt{\frac{6g}{L}}$

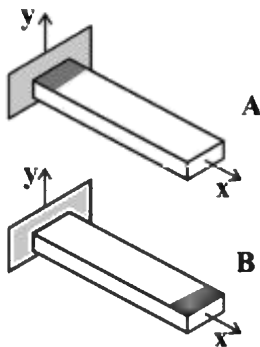
۲۶- برای به دست آوردن پاسخ تقریبی تیر زیر، از تابع آزمایش مرتبه چهار  $\phi(x)$  به عنوان تابع مقایسه‌ای برای مجزاسازی با روش گالرکین استفاده می‌شود. مقدار  $b$  باید برابر کدام یک باشد؟

$$\phi(x) = bx + dx^2 + x^4$$



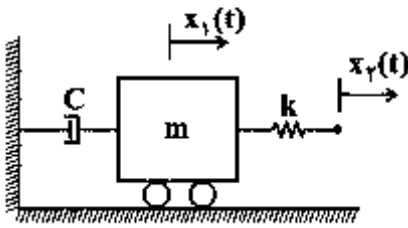
- (۱)  $\frac{-12EI}{k - m\omega^2} + L^2$
- (۲)  $\frac{6EI}{k - m\omega^2} + L^2$
- (۳)  $\frac{12EI}{k - m\omega^2} + L^2$
- (۴)  $\frac{-6EI}{k - m\omega^2} + L^2$

۲۷- دو تیر یک سر گیردار زیر کاملاً یکسان هستند، بنابراین فرکانس طبیعی آنها نیز یکسان است. در تیر A لبه نزدیک تکیه‌گاه کمی سائیده می‌شود. در تیر B همان میزان سایش در لبه آزاد تیر انجام می‌شود. در این مورد، گزینه صحیح کدام است؟



- (۱) فرکانس طبیعی از ویژگی‌های یک تیر است و با سایش جرم آن تغییر نمی‌کند.
- (۲) فرکانس طبیعی تیرها برابر و بیش از فرکانس طبیعی اولیه می‌شود.
- (۳) فرکانس طبیعی تیر B از تیر A بیش‌تر می‌شود.
- (۴) فرکانس طبیعی تیر A از تیر B بیش‌تر می‌شود.

۲۸- نسبت دامنه خروجی به دامنه ورودی سیستم یک‌درجه آزادی نشان داده شده  $\frac{X_1}{X_T}$  در شکل زیر کدام است؟



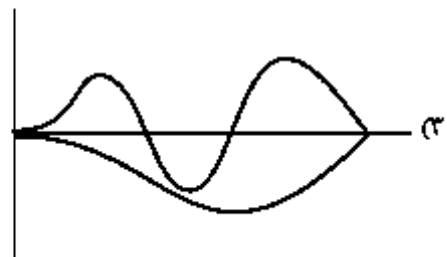
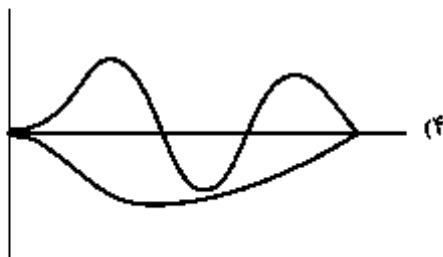
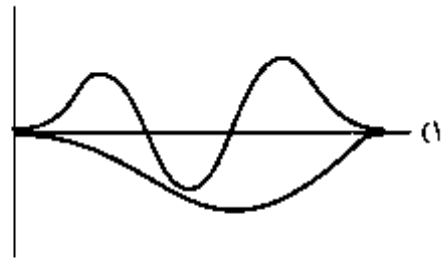
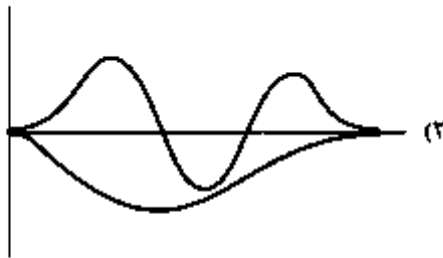
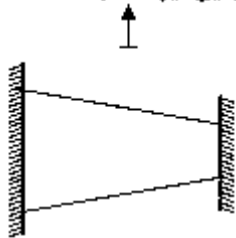
(۱)  $\Gamma^2 \sqrt{(1-\Gamma^2)^2 + (\zeta\Gamma)^2}$

(۲)  $\frac{\Gamma^2}{\sqrt{(1-\Gamma^2)^2 + (\zeta\Gamma)^2}}$

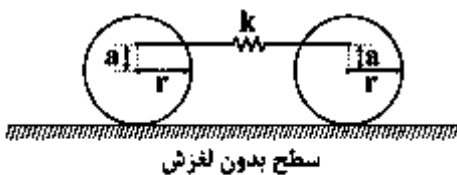
(۳)  $\frac{\Gamma^2}{\sqrt{(1-\Gamma^2)^2 + (\zeta\Gamma)^2}}$

(۴)  $\frac{1}{\sqrt{(1-\Gamma^2)^2 + (\zeta\Gamma)^2}}$

۲۹- تیر زیر با مقطع دایره‌ای در دو انتها ثابت بوده و دارای ارتعاش جانبی است. فرم صحیح مدهای این تیر، کدام است؟



۳۰- در سیستم ارتعاشی زیر، دیسک‌ها یکسان هستند. با افزایش پارامتر a از صفر تا ۳، چه تغییری در فرکانس‌های طبیعی سیستم به وجود می‌آید؟ تماس دیسک‌ها با سطح، بدون لغزش فرض شود.



(۱) یک فرکانس تغییر نمی‌کند و فرکانس دیگر دو برابر می‌شود.

(۲) یک فرکانس تغییر نمی‌کند و فرکانس دیگر نصف می‌شود.

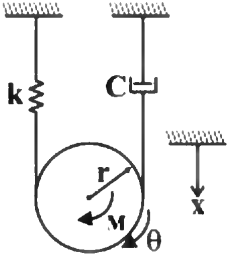
(۳) هر دو فرکانس طبیعی ثابت می‌مانند.

(۴) هر دو فرکانس طبیعی چهار برابر می‌شوند.

۳۱- برای به دست آوردن معادلات حرکت سیستم ارتعاشی زیر، از روش لاگرانژ یعنی:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i$$

در صورتی که  $q_1 = x, q_2 = \theta$  باشد،  $Q_1, Q_2$  چه مقادیری هستند؟



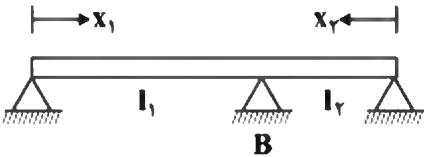
$$Q_2 = -Cr\dot{\theta} + M, \quad Q_1 = -C(\dot{x} + r\dot{\theta}) + \frac{M}{r} \quad (1)$$

$$Q_2 = M - Cr(\dot{x} + r\dot{\theta}), \quad Q_1 = -C(\dot{x} + r\dot{\theta}) \quad (2)$$

$$Q_2 = M + Cr(\dot{x} + r\dot{\theta}), \quad Q_1 = -C(\dot{x} + r\dot{\theta}) + M \quad (3)$$

$$Q_2 = -Cr(\dot{x} + r\dot{\theta}) + M, \quad Q_1 = 0 \quad (4)$$

۳۲- در تیر زیر، شرایط مرزی در تکیه گاه B، کدام است؟



$$M(l_1, t) = M(l_2, t), \quad \frac{\partial^2 w_1(l_1, t)}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 w_2(l_2, t)}{\partial x_2^2} \quad (1)$$

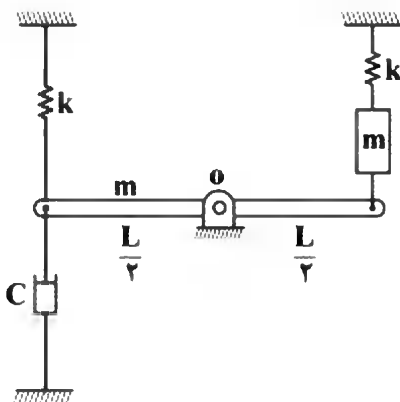
$$\frac{\partial w_1(l_1, t)}{\partial x_1} = \frac{\partial w_2(l_2, t)}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial^3 w_1(l_1, t)}{\partial x_1^3} = \frac{\partial^3 w_2(l_2, t)}{\partial x_2^3} \quad (2)$$

$$M(l_1, t) = M(l_2, t), \quad \frac{\partial w_1(l_1, t)}{\partial x_1} = \frac{\partial w_2(l_2, t)}{\partial x_2} \quad (3)$$

$$M(l_1, t) = M(l_2, t), \quad \frac{\partial w_1(l_1, t)}{\partial x_1} = -\frac{\partial w_2(l_2, t)}{\partial x_2} \quad (4)$$

۳۳- میله سیستم مکانیکی زیر، صلب، به جرم m و در نقطه O لولا شده است. ضریب میرایی C که سیستم را در

شرایط میرایی بحرانی قرار می دهد، کدام است؟  $I_0 = \frac{1}{12} mL^2$



$$\sqrt{km} \quad (1)$$

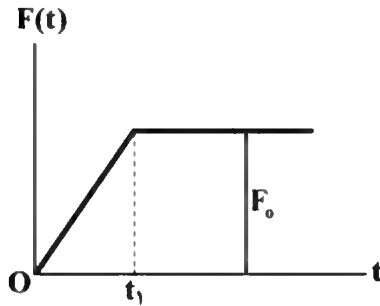
$$\sqrt{\frac{32}{3} km} \quad (2)$$

$$\sqrt{32 km} \quad (3)$$

$$\sqrt{2 km} \quad (4)$$

۳۴- یک سیستم جرم - فنر تحت اثر نیروی  $F(t)$  قرار گرفته است. اگر شرایط اولیه صفر فرض شود، مقدار بیشینه

$\left(\frac{XK}{F_0}\right)$  کدام خواهد بود؟



$$1 + \frac{1}{\omega_n t_1} \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos \omega_n t_1)} \quad (1)$$

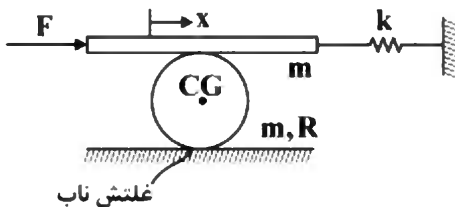
$$1 + \frac{1}{\omega_n t_1} \sqrt{1 - \cos \omega_n t_1} \quad (2)$$

$$1 + \frac{1}{\omega_n t_1} \sqrt{2(1 - \cos \omega_n t_1)} \quad (3)$$

$$1 + \frac{1}{2\omega_n t_1} \sqrt{1 - \cos \omega_n t_1} \quad (4)$$

۳۵- اگر جرم افقی  $m$  روی غلتک زیر به جرم  $m$  و شعاع  $R$ ، غلتش ناب داشته باشد، دامنه ارتعاش پایدار  $x(t)$  جرم

افقی در اثر نیروی تحریک هارمونیک  $F = F_0 \sin \omega t$ ، کدام است؟  $(I_{CG} = \frac{1}{2} m R^2)$  (غلتک )



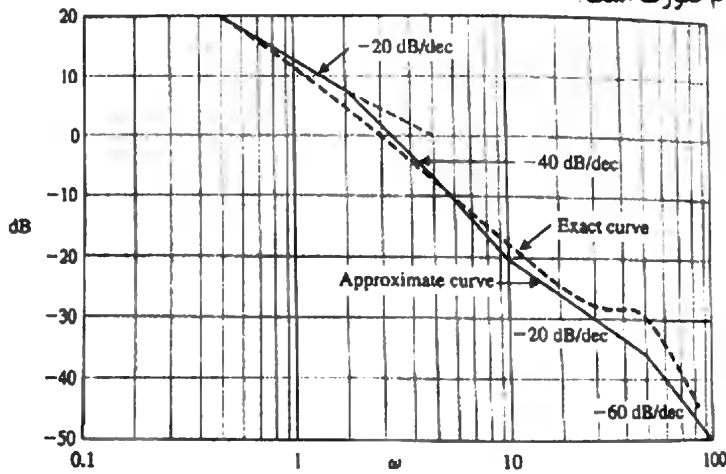
$$\frac{F_0}{k - m\omega^2} \quad (1)$$

$$\frac{F_0}{k - 2m\omega^2} \quad (2)$$

$$\frac{\lambda F_0}{\lambda k - 9m\omega^2} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda F_0}{\lambda k - 11m\omega^2} \quad (4)$$

۳۶- بخش اندازه از دیاگرام بود (Bode) یک سیستم پایدار و غیر حداقل فاز (Non-Minimum Phase) به شکل زیر است. تابع تبدیل این سیستم به کدام صورت است؟



$$G(s) = \frac{\Delta(\omega/s + 1)}{s(\omega/s + 1)(4 \times 10^{-4} s^2 + \omega/s + 2s + 1)} \quad (1)$$

$$G(s) = \frac{\Delta(10s - 1)}{s(2s + 1)(25 \times 10^{-4} s^2 + \omega/s + 5s + 1)} \quad (2)$$

$$G(s) = \frac{\Delta(\omega/s - 1)}{s(\omega/s + 1)(4 \times 10^{-4} s^2 + \omega/s + 2s + 1)} \quad (3)$$

$$G(s) = \frac{\Delta(10s - 1)}{s(2s - 1)(25 \times 10^{-4} s^2 + \omega/s + 5s + 1)} \quad (4)$$

۳۷- معادلات حالت یک سیستم پیوسته خطی به شکل زیر است. تابع تبدیل سیستم کدام است؟

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \Delta \\ 0 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 1 \ 1 \ 0], \quad D = 0$$

$$G(s) = \frac{7s + 18}{s^2 + 6s + 8} \quad (2)$$

$$G(s) = \frac{s + 7}{s^2 + 18s^2 + 6s + 18} \quad (1)$$

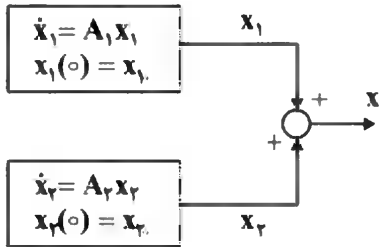
$$G(s) = \frac{7s + 18}{s^2 + 18s^2 + 6s + 18} \quad (4)$$

$$G(s) = \frac{s + 7}{s^2 + 6s + 8} \quad (3)$$

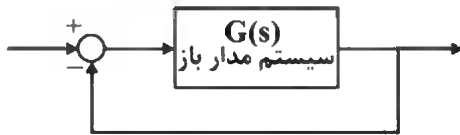
۳۸- در سیستم زیر  $x_1$  و  $x_2$  هر کدام متغیرهای حالت  $n$  بعدی هستند که شرایط اولیه آن‌ها  $x_{10}$  و  $x_{20}$  است.  $A_1$  و  $A_2$  ماتریس‌های مربع  $n \times n$  هستند و حل  $x_1$  و  $x_2$  عبارت است از:

$$x_1(t) = e^{A_1 t} x_{10} \text{ و } x_2(t) = e^{A_2 t} x_{20}$$

با توجه به موارد فوق در مورد امکان جایگزینی این سیستم با سیستمی که در آن  $x = x_1 + x_2$ ،  $\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2$  و نمایش سیستم با  $\dot{x} = Ax$  که در آن  $x(0) = x_{10} + x_{20}$ ، گزینه صحیح کدام است؟  
 (۱) با توجه به ساختار سیستم خطی جایگزینی پیشنهادی همواره صحیح است.  
 (۲) فقط وقتی صحیح است که مقادیر ویژه  $A_1$  و  $A_2$  برابر باشند.  
 (۳) در فضای برداری  $n$  بعدی این جایگزینی صحیح نیست.  
 (۴) تنها اگر  $A_1 A_2 = A_2 A_1$  باشد، صحیح است.

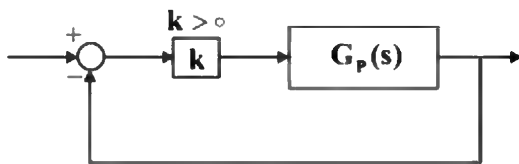


۳۹- در سیستم زیر، تابع تبدیل مدار باز  $G(s)$  است که در مدار بسته قرار گرفته است. در مورد قطب‌ها (poles) و صفرهای (zeros) سیستم‌های مدار باز و مدار بسته، کدام گزینه درست است؟



- (۱) صفرهای مدار بسته همان صفرهای مدار باز هستند.
- (۲) قطب‌های مدار بسته همان قطب‌های مدار باز هستند.
- (۳) صفرها و قطب‌های مدار بسته با صفرها و قطب‌های مدار باز متفاوتند.
- (۴) بعضی از قطب‌های مدار باز ممکن است با قطب‌های مدار بسته برابر باشند.

۴۰- در سیستم مدار بسته زیر که در آن  $G_p(s) = \frac{s^2(1+b)s+b}{s^4 + 9/5s^3 + 28/5s^2 + 27s}$  است: به ازای کدام مقادیر پارامتر  $b$ ، سیستم مدار بسته به ازای همه مقادیر  $k > 0$ ، پایدار مجانبی (کاملاً پایدار) است؟



- (۱)  $4 < b < 11/5$
- (۲)  $0 < b < 8/5$
- (۳)  $1 < b < 21/5$
- (۴)  $2 < b < 17/5$

۴۱- برای سیستم خطی با معادلات حالت زیر در حالتی که در آن  $u = 0$  و  $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  است، رفتار سیستم محاسبه

شده و به صورت  $y(t) = 2e^{-5t}$  درآمده است. در مورد مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری سیستم، گزینه صحیح کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(۱) کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر است.

(۲) نه کنترل‌پذیر و نه مشاهده‌پذیر است.

(۳) کنترل‌پذیر است ولی مشاهده‌پذیر نیست.

(۴) کنترل‌پذیر است ولی در مورد مشاهده‌پذیری نمی‌توان نظر داد.

۴۲- برای سیستم زیر با شرایط اولیه  $x_1(0) = 2$ ،  $x_2(0) = 2$  و ورودی پله واحد، مقادیر نهایی متغیرهای حالت، کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; D = 0$$

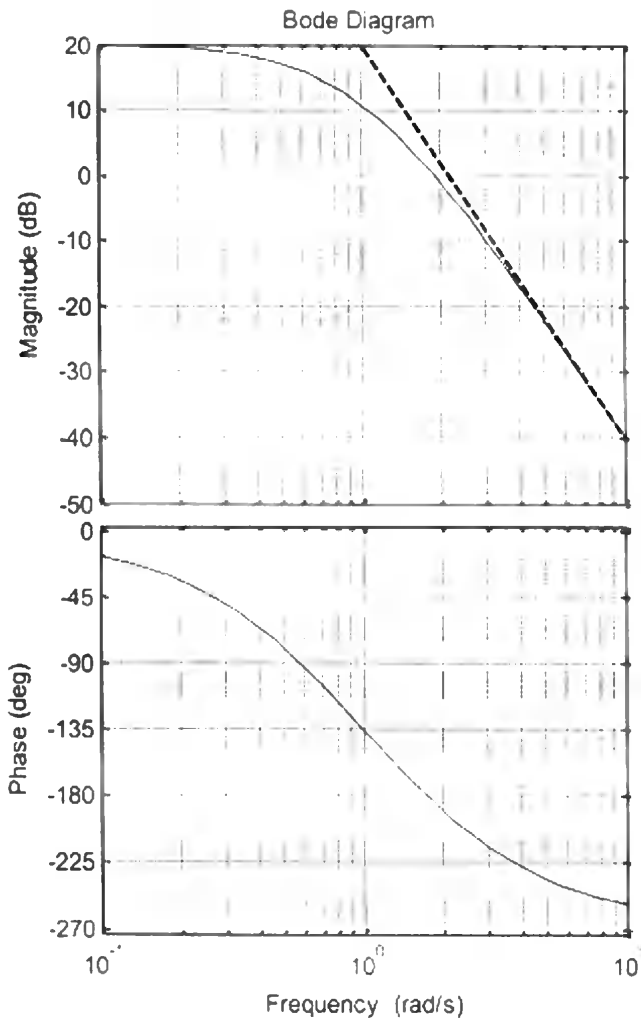
$$x_1 = x_2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$x_1 = x_2 \rightarrow \infty \quad (3)$$

$$x_1 = x_2 = 0 \quad (4)$$

۴۳- دیاگرام بود سیستم مدار بازی، بدون در نظر گرفتن بهره، به صورت زیر است. بهره سیستم مدار باز چقدر باشد تا حد بهره سیستم مدار بسته حدود ۸ دسیبل شود؟



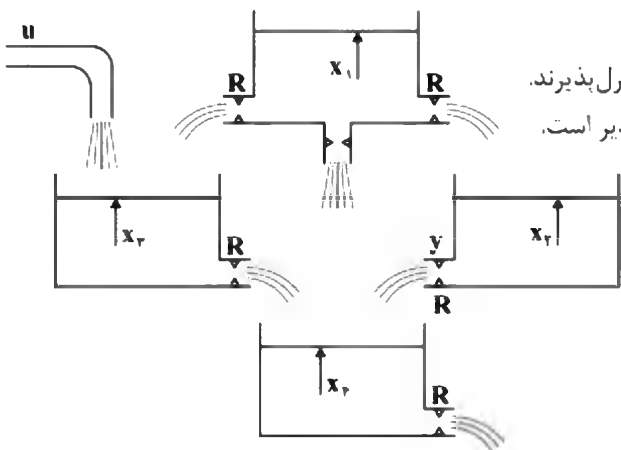
(۱)  $k_p = 0.32$

(۲)  $k_p = 3$

(۳)  $k_p = 10$

(۴) با هیچ بهره‌ای پاسخ درست حاصل نمی‌شود.

۴۴- سیستم زیر، شامل ۴ مخزن مایع به ارتفاع  $x_1$  تا  $x_4$  با سطح مقطع‌های یکسان بوده و مقاومت شیرهای خروجی همه مساوی  $R$ ، نمایش یک سیستم خطی است. ورودی به این سیستم دبی  $u$  است که به ظرف سوم وارد می‌شود و خروجی  $y$  دبی خارج شده از ظرف دوم است. کدام پاسخ در مورد کنترل پذیری و مشاهده پذیری این سیستم صحیح است؟



(۱)  $x_1, x_2$  و  $x_4$  مشاهده پذیرند و  $x_1, x_3$  و  $x_4$  کنترل پذیرند.

(۲)  $x_1, x_2, x_3$  و  $x_4$  مشاهده پذیرند و  $x_3$  کنترل پذیر است.

(۳) فقط  $x_2$  مشاهده پذیر و  $x_3$  کنترل پذیر است.

(۴)  $x_1$  و  $x_2$  مشاهده پذیرند و  $x_3$  و  $x_4$  کنترل پذیرند.

۴۵- معادلات حالت سیستم خطی رسته ۴ و ماتریس‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  مربوط به آن داده شده است. پاسخ صحیح در مورد تابع تبدیل بین ورودی و خروجی در میدان لاپلاس، کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 2/5 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 4 \quad 0 \quad 0]$$

$$\frac{1}{(s+2)(s+3)(s+4)(s+1)} \quad (1)$$

$$\frac{s+2/5}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)} \quad (2)$$

$$\frac{(s+1/5)(s+2/5)}{(s+2)(s+3)(s+1)} \quad (3)$$

$$\frac{4}{s+3} \quad (4)$$





